

Lütfen bu makaleye şu şekilde atıfta bulununuz:

Looi, C. *et al.* (2016), “The Neuroscience of Mathematical Cognition and Learning”, *OECD Education Working Papers*, No. 136, OECD Publishing, Paris.
<http://dx.doi.org/10.1787/5jlwmn3ntbr7-en>

OECD Eğitimle İlgili Yapılan alışmalar No. 136

Matematiksel Bilişin ve Öğrenmenin Sinirbilimi*

Chung Yen Looi, Jacqueline Thompson,
Beatrix Krause, Roi Cohen Kadosh

*Bu belge OECD'nin izni ile Türkçe'ye çevrilmiştir.
(Translated into Turkish by the permission of OECD.)

ÇEVİRENLER:

Soner Durmuş, Hakan Yaman, Ülkü Ayvaz ve Nazan Mersin

Çalışmanın orijinal dildeki metinle uyumu ve çevirinin kalitesi yazar(lar)ın sorumluluğundadır. Orijinal alışma ve eviri arasında herhangi bir çelişki olması durumunda, orijinal eserdeki metin geçerli olacaktır.

Unclassified

Organisation de Coopération et de Développement Économiques
Organisation for Economic Co-operation and Development

17-Jun-2016

English - Or. English

DIRECTORATE FOR EDUCATION AND SKILLS

THE NEUROSCIENCE OF MATHEMATICAL COGNITION AND LEARNING

OECD Education Working Paper No. 136

By Chung Yen Looi, Jacqueline Thompson, Beatrix Krause, and Roi Cohen Kadosh, Department of Experimental Psychology, University of Oxford

This working paper has been authorised by Andreas Schleicher, Director of the Directorate for Education and Skills, OECD.

Roi Cohen Kadosh, Department of Experimental Psychology, University of Oxford -
roi.cohenkadosh@psy.ox.ac.uk

JT03398400

Complete document available on OLIS in its original format

This document and any map included herein are without prejudice to the status of or sovereignty over any territory, to the delimitation of international frontiers and boundaries and to the name of any territory, city or area.

Unclassified

English - Or. English

OECD EĞİTİMLE İLGİLİ YAPILAN ÇALIŞMALAR SERİSİ

OECD Çalışma Makaleleri, OECD veya OECD üyesi ülkelerin resmi görüşü olarak rapor edilmemelidir. Burada ifade edilen görüş ve iddialar makalenin yazar(lar)ına aittir.

Çalışma Makaleleri yazar(lar) tarafından devam etmekte olan araştırma sonuçlarını veya ilk sonuçları tanıtmakta ve OECD çalışmalarıyla ilgili geniş ölçekli meseleler üzerinde tartışmayı teşvik etmek için yayınlanmıştır. Bu Çalışma Makalelerine yönelik görüşler memnuniyetle karşılanmaktadır ve bu görüşler Directorate for Education and Skills birimine (OECD, 2 rue André-Pascal, 75775 Paris, Cedex 16, France) gönderilebilecektir.

Bu belge veya buradaki herhangi bir tespit herhangi bir statüye, bir bölgenin hükümrânlığına, uluslararası öncülleri ve sınırları tahdit etmeye, bir bölge adına, şehir veya bölgeye karşı ön yargısızdır.

Kendi şahsi kullanımınız için OECD içeriğinin çıktısını alabilir, indirebilir veya çoğaltabilirsiniz. Ayrıca OECD yayınlarından, veri tabanlarından, çoklu-medya ürünlerinden istediklerinizi kendi belgelerinizde, sunumlarınızda, bloglarınızda, web sitelerinizde ve öğretim materyallerinizde (kaynak olarak OECD'yi uygun şekilde göstererek ve sahibinden telifini alarak) kullanabilirsiniz. Kamuoyu veya ticari kullanımla ilgili tüm taleplerinizi ve tercüme haklarını rights@oecd.org adresine iletmelisiniz.

Bu seriye yönelik yorumlarınıza açığız ve bu yorumlar edu.contact@oecd.org adresine gönderilmelidir.

Bu çalışma makalesi Andreas Schleicher (Directorate for Education and Skills, OECD birimi müdürü) tarafından yazılmıştır.

www.oecd.org/edu/workingpapers

Çalışmanın orijinali aşağıdaki başlıkla İngilizce olarak OECD tarafından yayınlanmıştır:

Looi, C., et al. (2016), "The Neuroscience of Mathematical Cognition and Learning", OECD Education Working Papers, No. 136, OECD Publishing, Paris, DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/5jlwmn3ntbr7-en>

©2017 Bu çalışma Abant İzzet Baysal Üniversitesi öğretim elemanları Prof.Dr. Soner DURMUŞ, Doç.Dr. Hakan YAMAN, Arş.Gör. Ülkü AYVAZ ve Arş.Gör. Nazan MERSİN tarafından Türkçe'ye çevrilmiştir.

ÖZET

Etkili öğrenmeyi sağlamak için bilişsel sinirbilim ve eğitimin sahip olduğu sinerjik potansiyel politikacılar, akademisyenler, ebeveynler, öğretmenler ve kamuoyundan oldukça fazla ilgi görmüştür. Bu inceleme şunları amaçlamaktadır: 1) matematiksel öğrenme ve bilişi anlamada bilişsel sinirbilim alanında ilerlemekte olan araştırmalar hakkında genel ve ulaşılabilir bir özet sunmak ve 2) bu noktada matematik eğitiminde kullanılabilecek sinirbilimin önerdiği şekilde yeterli bir delil olup olmadığını anlamaktır. Bilişsel sinirbilimde incelenmesi gereken eğitime yönelik çıkarımlarla ilgili önemli soruların da altını çizmekteyiz. Bilişsel sinirbilim alanı hızlı bir şekilde büyümektedir. Bu incelemede açıkladığımız bulgular, maddi destekte bulunacak gelecek nesillerin eğitimleri üzerine uzun ve kısa vadeli pratik yönlendirmeleri sağlayacak soruları ortaya atacak paydaşların kaynaklarını optimize etmek ve araştırma gruplarına rehberlik etmek için eleştirel bir yaklaşımla değerlendirilmelidir.

RÉSUMÉ

Le potentiel synergétique des neurosciences cognitives et de l'éducation pour l'efficacité de l'apprentissage suscite un vif intérêt de la part du grand public, des enseignants, des parents, des universitaires et des décideurs. Cet examen entend : 1) offrir un aperçu général accessible des progrès réalisés par la recherche en neurosciences cognitives dans la compréhension des processus d'apprentissage et de cognition en mathématiques ; et 2) déterminer s'il existe des données suffisantes pour étayer la possibilité, à ce stade, d'une contribution des neurosciences à l'enseignement des mathématiques. Nous mettons également en lumière certaines questions en suspens ayant des implications en termes d'éducation et restant à explorer dans les neurosciences cognitives, domaine connaissant un essor rapide. Les résultats que nous présentons dans cet examen doivent faire l'objet d'une évaluation critique afin de guider les communautés de chercheurs, les pouvoirs publics et les organismes de financement dans leurs efforts pour optimiser les ressources et répondre aux questions qui orienteront l'incidence à court et long termes sur l'éducation des générations futures.

İçindekiler

OECD Eğitimle İlgili Yapılan Çalışmalar Serisi	2
Özet.....	3
Résumé	3
MATEMATİKSEL BİLİŞ VE ÖĞRENMENİN SİNİRBİLİMİ	5
Giriş	5
Hebb Tarzı Öğrenme	6
Sayıların Anlamı	7
Üçlü-Kod Modeli	8
Sayıların Evrenselliği	9
Sayı İşlemenin Otomatisitesi	10
Sayıların Beyindeki Temsili	15
Diğer Bilişsel Alanların Katılımı	18
İnsan Sayısal Bilişinin Gelişimi	19
Matematik Öğrenme	23
Müdahaleler ve Bilişsel İyileştirmeler.....	36
Daha İyi Öğrenmenin Geleceği için Sinerji: Bilişsel Nörobilim ve Matematik Öğrenme	39
Zorluklar ve Gelecek için Yol Haritası	41
Sonuçlar.....	42
EK A: SAYISAL BİLİŞ İÇEREN TEMEL BEYİN ANATOMİ VE BÖLGELERİNE GİRİŞ	43
EK B: SİNİRBİLİM VE PSİKOLOJİNİN TEMEL TEKNİKLERİ VE PARADİGMALARI	45
KAYNAKÇA	47
Tablolar	
Tablo 1. Biyolojik Olarak Birincil Sayısal Beceriler	21
Tablo 2. Biyolojik olarak İkincil Sayı, Sayma ve Aritmetik Yeterlilikler	21
Tablo A.1. Sinirbilimsel Teknikler	45
Tablo A.2. Matematiksel Biliş ve Açıklamalarını İncelemek için Kullanılan Davranışsal Paradigmalar ve Etkinlikler	46
Şekiller	
Şekil 1. Sınıftaki matematik, aritmetik ve sayıyı anlama arasındaki ilişki	5
Şekil 2. Nöronal düzeyde öğrenme	7
Şekil 3.Eğitim süresi boyunca uygulama nedeniyle değişiklikleri yansıtan beyin aktivasyon örüntüleri	25
Şekil 4. Düşük doğum ağırlığı olan çocukların sol alt yan lobundaki gri maddenin azalmış durumu	30
Şekil A.1. Beyin anatomiksel yönlü terimleri	43
Şekil A.2. Sayısal Biliş içeren beyin bölgeleri	44

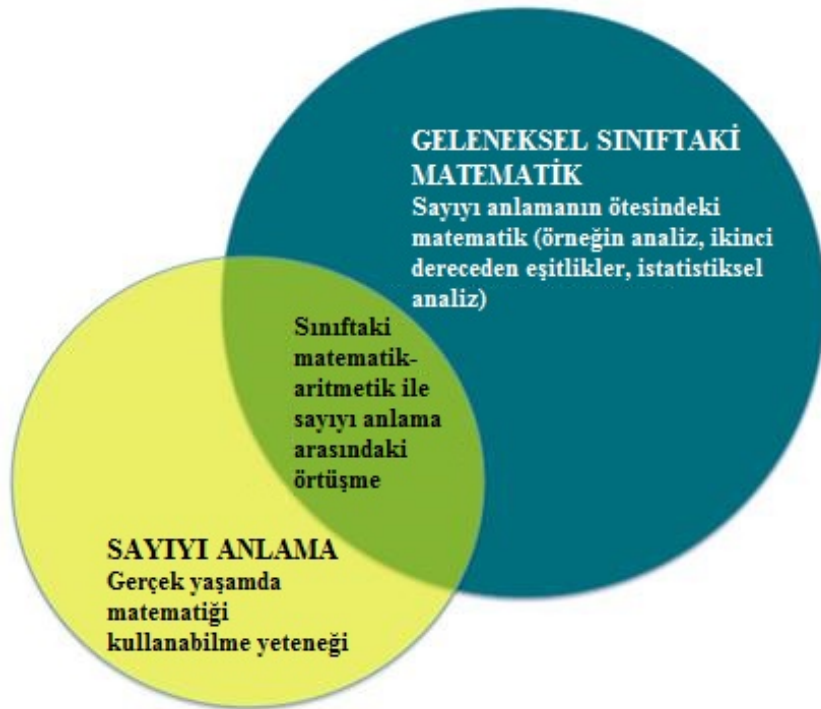
MATEMATİKSEL BİLİŞ VE ÖĞRENMENİN SINIRBİLİMİ

Giriş

Bu incelemenin amacı matematiksel biliş ve öğrenmenin bilişsel sinirbilim alanındaki gelişmelerin bir özetini sunmaktır. Ancak bu iddialı amacı ele almadan önce, inceleme boyunca geçecek olan anahtar kavramların tanımını vererek başlamak istiyoruz.

Matematiksel öğrenmenin bilişsel sinirbilim alanında, “matematik”, “aritmetik” ve “sayıyı anlama” terimleri sıklıkla birbirlerinin yerine kullanılmaktadır. Matematik, sayı, çokluk ve uzayın soyut bilimi; aritmetik, sayılarla manipülasyon ve mantıksal işlemlerle uğraşan matematiğin bir alanı iken sayıyı anlama, günlük hayatta karşılaşılan sayıları anlama ve bu sayılarla çalışma yeteneğidir. Aritmetik sınıftaki matematikle sayıyı anlamanın kesişim kümesine aittir (bkz. Şekil 1). Matematik sadece akademik başarı için değil bireyin diğer yaşam başarılarının birçok yönünü tahmin etmede de önemlidir (Parsons ve Bynner, 2005). Sayıyı anlama standardı sosyal bir düzeyde ulusal ekonomik çıktılar açısından hayati öneme sahip olan bilimsel ve teknolojik gelişmeleri oldukça etkilemektedir (Gross, Hudson ve Price, 2009).

Şekil 1. Sınıftaki matematik, aritmetik ve sayıyı anlama arasındaki ilişki



Kaynak: www.nationalnumeracy.org.uk adresinden uyarlanmıştır.

Eğitim terimiyle, üniversitelerdeki diplomalı programlarda olduğu gibi öğrenme hedefleriyle yapılandırılmış, organize, amaçlı eğitim biçimleriyle formel eğitime; belli amaçları olmayan ve kasıtsız organize olmayan eğitim ile informaleğitimi ve çalıştay, seminer ve kısa süreli kurslarda olduğu gibi organize olmadan ziyade çok çeşitli yaklaşımları dikkate alan ve öğrenme hedefleri olan eğitim ile formel olmayan eğitime atıfta bulunmaktayız (OECD, 1996).

Bilişsel sinirbilim, özellikle zihinsel süreçlerin sinirsel temelinin altında yatan bilişin biyolojik yapısını inceleyen bilimselbir çalışmadır. Moleküler sinirbilim, bilişsel ve deneysel psikoloji, fizyoloji, bilgisayar bilimi ve psikiyatri gibi farklı disiplinlerle ilgili disiplinlerarası bir çalışma alanıdır. Sinirsel süreçler, biliş ve insan davranışları arasındaki ilişkiyi incelemek için temel sinir-psikolojiksel ölçümlerden psiko-fizik, sinir görüntüleme, elektrofizyoloji ve son zamanlarda davranışsal ve bilişsel genetiğe kadar geniş bir alanla ilgilidir. Bilişsel sinirbilim hızla yayıldıkça, beynin ve onun fonksiyonlarının bilgisinin öğrenmeyi geliştirmek için uygulanabileceği artık aşikar hale gelmiştir. Öğrenmeyi ve eğitimi geliştirmek için bilişsel sinirbilim yöntemlerinin, teorilerinin ve uzmanlık bilgisinin bir araya getirilmesi hususu ümit verici gözükmemektedir. Bunlarla birlikte küresel politikalar, eğitim ve insan öğrenmesini bir bütün olarak dönüştürebilir.

Bilişsel sinirbilimin matematiksel biliş ve öğrenmeye katkısını incelemeye başlamadan önce sinirsel ağ düzeyinde bir öğrenme teorisini özetle tanıtmak istiyoruz.

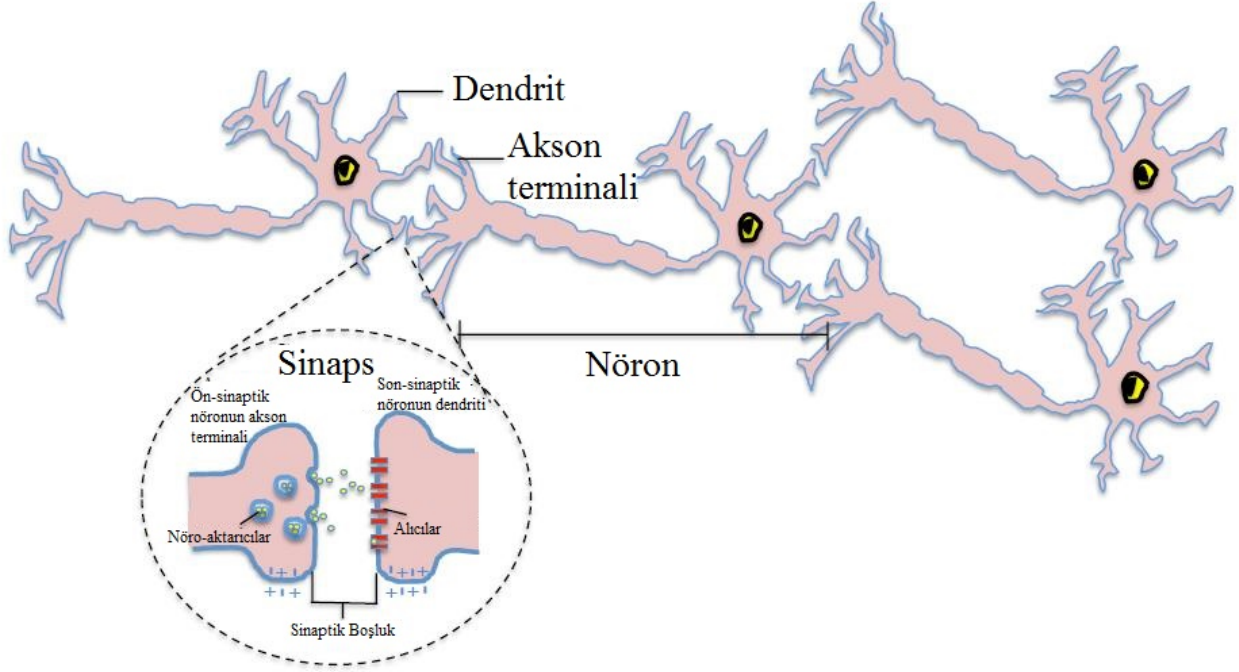
Hebb Tarzı Öğrenme

Sinirplastisite aracılığıyla beyin düzeyinde “birleşik öğrenmeyi” açıklayan bir öğrenme teorisi 1949 yılında Donald Hebb tarafından ortaya atılmıştır. Bu terim, çevrede ve davranışta meydana gelen değişimlere bağlı olarak sinir yollarındaki ve sinapslerdeki değişimler için kullanılmıştır. Bu teoriyi anlama çabasına girmeden önce, öncelikle beynin temel çalışma prensiplerini açıklayacağız. Bir nöron, merkezi sinir sistemi içinde yer alan tek bir sinir hücresidir. Nöron diğer nöronlara dentritler (gelen bağlantılar) ve aksonlar (giden, hızlı bağlantılar) vasıtasıyla bağlıdır. İki nöron arasındaki bir bağ sinaps olarak adlandırılır ve nöronlar arasındaki iletişim, bir nöronun aksonundan diğerinin dentritine sinirsel taşıyıcılarla iletildiğinde meydana gelir.

Nöronal etkinlik hem elektriksel hem de kimyasal süreçlerle ifade edilebilir. Nöronun çeperi yarı-iletkenidir. Bu da nöronun bazı moleküller için geçişe izin verirken bazılarını ise izin vermediği anlamına gelir. Bilgi, nöronların bir yönde nöronun içi ve dışı arasındaki bu türden farklı moleküllerin elektriksel yüklerle (örneğin, bazıları negatif yüklüken bazıları pozitif yüklüdür) değiş-tokuşuyla seyahat eder. Hızlı seyahat eden elektrik sinyallerini akson terminalinin uç kısmına gönderen dentritlerin iç ve dış değiş-tokuşlarıyla yeterli etkinlik hücre gövdesine ulaşırsa eylem potansiyeli aksonun kökünde üretilir.

Akson terminaline ulaşan etkinlik, iki nöron arasındaki boşluğa nöro-taşıyıcıları serbest bırakacak şekilde uyarır. Sonra gelen nöron, ilgili alıcılardaki belli miktardaki nöro-taşıyıcıyı (taşıyıcıları) algılayarak etkinliği kendi hücre gövdesine iletir. Bu şekilde bilgi, belli bir görevi yerine getirmek üzere birlikte çalışarak nöronların bir ağı vasıtasıyla sıralı şekilde meydana gelir (Nieder ve Miller, 2004). Bilgi transferi bir kez gerçekleşti mi nöron, belli bir zaman süresince aktif olmadan kısa süreli tepkisiz bir dönem geçirir. Nöronun içindeki ve dışındaki elektrik yükleri arasındaki durağan denge sadece yeni bir sinyal geldiğinde değişebilir.

Şekil 2. Sinirsel düzeyde öğrenme



Not: Ön-sinaptik nöronda bir eylem potansiyeli sinapsa ulaştığında bu nöro-aktarıcılarının serbest bırakılmasını tetikler. Bu serbest bırakma son-sinaptik nöronu tetikleyecek ve onun da ateşlenmesine/salınmasına sebep olabilir. Ön-sinaptik nöron nöro-aktarıcılarını serbest bıraktığında son-sinaptik nöron serbest bırakılırsa sinaptik verimlilik artacaktır. Sinaptik verimlilik, daha fazla salınma yapacak şekilde uyarılma olasılığı veya (bir başka deyişle) nöronlar arasındaki bağlantının güçlenmesi anlamına gelmektedir.

Hebb'in modeli, öğrenmenin beyindeki sinapsler arasındaki verimli değişimle meydana geldiğini iddia etmektedir. Son-sinaptik nöron, ön-sinaptik nöronlar tarafından nöro-aktarıcılarının tekrarlı ve ısrarlı serbest bırakılmasını takiben nöronlar serbest bırakıldığında (bir başka deyişle nöronlar birlikte salınıp birlikte birbirine bağlandığında) verimli şekilde büyür. Son-sinaptik nöron ne kadar çok ön-sinaptik nöronun serbest bırakılmasıyla etkin hale getirilirse daha dayanıklı sinaptik bağ oluşur. Bu artırılmış sinaptik dayanıklılık sinaptik verimlilik terimiyle ifade edilir. Eğitim ve psikolojide öğrenme materyalinin tekrarı, davranış pekiştirmek için ödül veya ceza (şartlandırma olarak adlandırılmıştır), çevresel/materyal hazırlama (örneğin, Anderson, 2000) gibi stratejilerin kullanımı birleşik öğrenmeyi güdüleme fikriyle tutarlılık içindedir. Bu model bilişsel sinirbilimde oldukça popülerdir ve hem insan (örneğin, Black, 2000) hem de hayvanlarla (örneğin, Zatorre, Fields ve Johansen-Berg, 2012) yapılan (deneyimlerin beyni sinirsel düzeyde nasıl şekillendirdiğini gösteren) çalışmalardan elde edilen çok sayıda delille desteklenmektedir.

Genel olarak öğrenmenin teorik çerçevelerinin ilerleyişini gözden geçirdikten sonra şimdi sinirbilimin-özellikle matematiksel biliş ve öğrenme bağlamında-katkısını değerlendireceğiz. Matematiği öğrenmeye yönelik daha bütünsel bir bakış açısı için psikolojiden genetiğe kadar bu konuyla ilgili literatür gözden geçirilecektir.

Sayıların Anlamı

Sayısal bilişin detaylarına girmeden önce sayıların anlamını özetle açıklayacağız. Bir aracın plakası bir sayı ya da sayısal etikettir, ancak bu bir çokluğu temsil etmez. Başka bir ifadeyle, “7743” araç plakası “9823” şeklindeki bir diğer plakadan daha az ya da “daha küçük” değildir. Sayıların anlamı büyüklük ve

çokluk/kardinalite ifadelerinden her ikisi yerine de kullanılmaktadır (Wiese, 2003). Ancak ikisi arasında önemli bir fark vardır: “büyüklük” saymaya gerek olmayan (bu yeteneklerin nöral düzeydeki ayrımını görmek için Castelli, Glaser ve Butterworth’ün 2000 yılındaki çalışmasına bakınız) boyutları ifade ederken “kardinalite” potansiyel olarak sayılabilir belli bir çokluk anlamına gelmektedir. Büyüklükle iki sayıyı karşılaştırma, iki uzunluğu veya iki ağırlığı karşılaştırmaya benzer olabilir ve çokluğu yaklaşık olarak bulma sonucuna ulaşılır.

Sayıların anlamı soyuttur. “Üçlük/üç olma” üç hayvan, üç portakal ve üç olayı birlikte ilişkilendiren şeydir. Sayının anlamının genel olarak temsil ettiği (örneğin, 3, III, “üç”, “üç sayısı” veya üç parmak) formattan bağımsız olduğu düşünülür. Yalnız son zamanlarda çoklukların beyindeki temsiliinin öncelikle soyut olmadığı iddia edilmektedir ve bu iddia beyindeki etkinliğin formatına bağlı olarak farklılık gösterdiği (sembolik olmayan noktalı dizilişle sembolik basamakların karşılaştırıldığı) nöro görüntülemadaki bulgularla desteklenmektedir (R. Cohen Kadosh ve Walsh, 2009).

Tam sayılar ve doğal sayılar bir koleksiyondaki nesnelerin özellikleridir. İki koleksiyon farklı bir sayı ile temsil edilecek şekilde tek bir koleksiyon olarak bir araya getirilebilir. Benzer şekilde, her bir koleksiyon veya her bir tam sayı daha küçük koleksiyonların bir araya getirilmesinden oluşabilir. Sayma, koleksiyon içindeki her bir öğeyi bir sayı veya başka bir içsel/dışsal çetele ile (“bir, iki, üç, dört, beş: beş tane elma var) eşleştirilecek şekilde bir araya koyma eylemidir (Gelman ve C. R., 1978). Çoğu kesir koleksiyonlar yardımıyla açıklanabilir. Başka bir deyişle, 4/9 kesri, 9 parçanın 4’ü anlamına gelmektedir. Diğer sayı türlerinin (sıfır, sonsuz, negatif sayılar, karmaşık sayılar) kavranması daha zordur ve öğrenilecekse formel eğitimde daha sonra öğrenilmektedirler. Sayıların ve sayıları anlamının temel kavramları, tipik olarak gelişen bir birey için aşikar olmasına rağmen bazı özel gruplar kavramada ve ilişkilendirmede bu konuyu kendilerince zor olarak görmektedirler (Gelişimsel Diskalküli bölümüne bakınız).

Üçlü-Kod Modeli

Sayma sürecinin en popüler bilişsel modellerinden biri Dehaene ve meslektaşları tarafından (Dehaene ve Cohen, 1995; Dehaene ve diğ., 2003) önerilen üçlü-kod modelidir. Bu teorik modele göre, temsillerin üç ayrı kodu çözülmesi gereken göreve bağlı olarak matematiksel bilişte işe koşulabilir.

İlk sistem olan çokluk sistemi, bilişsel sinirbilimde genel olarak “sayı hissi” anlamına gelmektedir. Bu sistem, büyüklüğün sözel olmayan semantik temsili ve bir sayı doğrusu üzerinde yer alan sayılar arasındaki uzaklığı ilişkilendirmeyi dikkate almaktadır. Büyüklük karşılaştırmalarına (örneğin daha az mı daha fazla mı?) ve görevlerdeki yaklaşıklıkla (örneğin, tahmine) olanak sağlamakta ve diğer bilişsel fonksiyonlardan sayısal bilgiyi işlemeye ilişkili olan intra-parietal sulkusun (Parietal Korteks ve beyinde Sayıların Temsili bölümüne bakınız) hem sol hem de sağ taraflarını işe koşturmaktadır.

İkinci sistem olan sözel sistem sayıları sözel bir formatta (sözlüksel, fonetik ve sözdizimsel) temsil etmektedir. Bu sistem aşinalık kazanıldığında, aritmetik kurallar toplama ve çarpım tablolarının hatırlanmasının bir sonucu olarak ezberlenerek öğrenildiğinde gündeme gelir. Bu sistemin sol angulergirusabağı olduğu düşünülmektedir (Temporo-Parietal Bağlantısı, AngulerGirus ve Sol Süperior Temporal Girus-Çevrim ile ilgili bölüme bakınız).

Görsel sistemin, sembolik formattaki (örneğin Arap rakamları) sayıların uzamsal manipülasyonlarıyla veya temsilleriyle ilişkili olduğu iddia edilmiştir. Bu sistem, uzamsal dikkatin yönelimini talep eden (sayı karşılaştırması, yaklaşık değeri bulma, çıkarma veya sayma gibi) görevlerde gündeme gelir.

Bu modele aritmetik öğrenimindeki hipotezleri test etmek ve sayısal bilişi destekleyen nöral ağlar üzerinde düşünmek için sıkça atıfta bulunmaktadır. Ayrıca matematiksel öğrenme güçlüklerini giderme ve

sezgisel gelişimi desteklemeyi amaçlayan müdahale programlarının tasarlanması için ilham kaynağı olmuştur (Akademik Gelişim için Müdahale Etme bölümüne bakınız).

Sayılar, sayısal biliş ve öğrenme, müdahaleler ve daha iyi öğrenme için uygulama ve araştırmadaki sinerji ile ilgili literatürü adım adım tanıtarak incelememize başlayacağız.

Sayıların Evrenselliği

Sayılar matematiğin temel taşlarıdır ve her yerdedirler: Birkaç örnek vermek gerekirse, saatlerin yüzlerinde, fiyat etiketlerinde, takvimde, kağıt paralarda karşımıza çıkarlar. Matematikte yeterli olmak için birisinin ilk olarak gösterim ve onların anlamlarını (örneğin, 2, 7, +, -, x ve >) ilişkilendirmeyi öğrenmesi gerekmektedir. Ayrıca farklı işlemler gibi belli aritmetik kuralların kullanımını da anlaması gerekir. Yalnız böyle bir bilginin kazanılmasından önce bile diğer türler gibi insanların da temel işlemleri yapma ve çokluğu tahmin etmeyi mümkün kılacak temel sayısal beceri setine sahip oldukları görülmektedir. Bu nedenle temel düzeyde sayıyı anlamamanın evrensel olduğu ya da tüm türlerce paylaşıldığı söylenebilir; belli bir dereceye kadar sayı anlayışı insanlarda formal eğitim başlamadan önce bile vardır.

Örneğin, henüz bir günlük bebekler daha küçük çokluklar arasında ayırım yapabilmektedirler ve iki farklı duyu (örneğin, işitme ve duyma) sunulduğunda bile çoklukların eşit olup olmadıklarına karar verebilmektedirler. Örneğin, bir deneyde bebeklerin çoğu 2 davul sesinden sonra gösterilen 3 nesneyi 2 davul sesinden sonra gösterilen 2 nesneye tercih etmişlerdir (Starkey, Spelke ve Gelman, 1983; Bebekler bölümüne bakınız). Bu, bebeklerin bu yaşta bile 2 ve 3 çokluğu birbirinden ayırt edebildiklerini ve farklı algısal formlardaki (örneğin farklı duyularda) çokluklara eşleştirme yaparak bakmayı tercih ettiklerini örneklendirmektedir. Bebekler daha küçük öğeleri temsil etme ve hatırlamada olduğu gibi birbirlerinden ayırt edebilmektedirler. Bu durum, sözel olmayan sayma gibi bazı sayısal becerilerin ve sözel sayma işaretlerinin bebeklik döneminde bile mevcut olduğunu önermektedir (Simon, 1995). Örneğin, daha birkaç saat önce doğmuş bebekler küçük sayısal dizilişlere karşı duyarlıdır (McCrink ve Wynn, 2007). Bir çalışmada bebekler, üzerinde daha büyük sayıların bulunduğu uyarıcı kartlar yerine daha küçük sayıların bulunduğu uyarıcı kartlara daha uzun süre bakmışlardır. Bu da çokluklardaki farklılıkları ayırt edebildiklerini önermektedir (Geary, Frensch ve Wynn, 2007). Altı yaşına gelinceye kadar bebekler, 3 veya 4'e kadar olan fiziksel nesneleri birbirinden ayırt edebilme kapasitesine sahip olduklarını göstermişler (Lemaire ve Siegler, 1995) ve algısal modlardaki sayı setleri arasındaki sayısal benzerliği belirleyebilmişlerdir (Izard, Dehaene-Lambertz ve Dehaene, 2008; Starkey ve diğ., 1983).

Daha ileri çalışmalar, okuma-yazma bilmeyen kültürlerin bile sayma ve takas sistemlerini geliştirdiklerini göstermiştir. Örneğin, sayı sembollerini kültürel olarak aktarmayan ve dolayısıyla sayamayan (2 veya 3'ten fazla çoklukları kesin olarak temsil edemeyen) Amazon yerlileri bile nesnelerin miktarını belirleyebilmekte (örneğin, çoklukları tahmin etme veya daha büyük çoklukları üzerinde manipüle edebilecekleri küçük parçalara ayırma) (Gordon, 2004), aritmetik işlemleri yaklaşık değerlerini bularak yapabilmektedirler (Pica ve diğ., 2004) ve Öklit geometrisine yönelik bir sezgiye sahiptirler (Izard ve diğ., 2011). Arkeolojik delil, yaklaşık 30.000 yıl önce Avrupalı İlk Modern İnsanlar veya "Kro-Magnon"lar ayın evrelerini takip etmek için kemiklerdeki işaretlerin bir koleksiyonunu yaptıklarını önermektedir (Marshack, 1991).

Hayvanlarla yapılan araştırma, sayıların evrenselliğini destekleyen çalışmalarla aynı sonuçları sunmaktadır. Bir çalışmada maymun gibi primatların "1+1" ve "2-1" gibi temel aritmetik işlemleri yapabilme yeteneğine sahip oldukları (Hauser, MacNeilage ve Ware, 1996; bebeklerle ilgili benzer bir delil için Wynn'ın 1992'deki çalışmasına bakınız; nöral ilişkiler içinse Berger, Tzur ve Posner'in 2006'daki çalışmasına bakınız) gösterilmiştir ve belli bir çokluk seti üzerinde eğitimden kazandıkları becerileri genelleylebildikleri ve daha az eğitimle çokluklarla uğraşmayı gerektiren yeni bir duruma bu becerileri aktarabildikleri de gösterilmiştir (Brannon ve Terrace, 1998). Böyle kaba bir hesaplama becerisi, aslan gibi hayvanlara rakipleriyle kendi grubunun büyüklüğünü karşılaştırarak "savaş veya sığıp" arasında karar verebilme yeteneğini sağlamaktadır (McComb, Packer ve Pusey, 1994).

Bu örnekler, temel karşılaştırma yeteneklerinden temel aritmetiğe hatta geometriye kadar çeşitlilik gösteren sayıların evrenselliğinin bir örneğini sunmaktadır. Sonraki bölümde sayı semantikleri meselesini tartışacağız.

Sayısal Değeri Anlama

Şeylerin sembolik olmayan niceliğini veya sayılığını temsil etmek için setteki öğelerin fiziksel özelliğinin ihmal edilmesi gerekir (örneğin, büyüklük olarak farklılaşsalar bile 3 elma veya 3 karpuz aynı sayısal değere sahiptirler). Benzer şekilde olay ve nesne setlerinin sayısal miktarı hakkında karar vermek için büyüklük, yoğunluk ve parlaklık gibi sayısal olmayan fiziksel özellikleri ihmal edecek benzer bir süreç gerekmektedir (Durgin, 2008; Gebuis ve Reynvoet, 2012).

Araştırmacılar, görsel bir nesne seti için sembolik olmayan çokluğu beynin nasıl seçip ayırt edebildiğinin bir bilgisayar simülasyon modelini önermişlerdir (Dahaene ve Changeux, 1993). Bu model önce her bir ayrı öğenin yerini ayrı nöronlarla kodlamıştır. Sonra bu nöronlar belli bir sayısal değere (örneğin 7 sayısına) yöneltilecek şekilde bu bilgiyi sisteme aktarırlar.

Hem hayvan hem de insan çalışmaları yukarıdaki modeli desteklemektedir. Makak maymununun (Roitman, Brannon ve Platt, 2007) lateral intraparietal alandaki tek hücreli kayıtları bir sayısal değeri basitçe kodlama sistemi olduğuna dair bir delili desteklemektedir (ayrıca Nieder ve Miller'in 2004'teki çalışmasına bakınız). Makak maymununun intraparietal korteksinin yakın veya iç kısımlarında bir sayı seçme nöron sistemi de tespit edilmiştir (Nieder, Freedman ve Miller, 2002; Nieder ve Miller, 2004; Sawumura, Shima ve Tanji, 2002). İnsanlarda iki benzer serebral yol, sembolik ve sembolik olmayan sayılar için açıklanmıştır.

Sayı İşlemenin Otomatisitesi

Büyük bir kanıt topluluğu, bir sayının anlamının (örneğin 7, 6'dan büyük ve 8' den küçük bir topluluk) biri onu algıladığında otomatik olarak geri getirildiğini belirtmektedir. Sayı stroop görevleri (bkz. Tablo 2) süresince müdahale olduğu gösterilmektedir, örneğin basamakların sayısal büyüklüğü veya anlamı yazı türünün fiziksel büyüklüğü ile uyumsuz olduğunda, daha uzun tepki süreleri gösterilmektedir (Girelli, Lucangeli, ve Butterworth, 2000; Henik ve Tzelgov, 1982; Rubinsten ve diğ., 2002). Bilhassa sayısal (nümerik) otomasisitenin ortaya çıkışı, sembolik sayılar (örneğin sayılar veya kelimeler) ile ilgili formal eğitime dayanıyor gibi görünmektedir (Girelli ve diğ., 2000; Henik ve Tzelgov, 1982; Rubinsten ve diğ., 2002) ve nokta kümeleri ile temsil edilen, sembolik olmayan sayılara veya sayısal çokluklara daha az dayanıyor gibi görünmektedir (Gebuis ve diğ., 2009).

Matematik öğrenmede belli ve kalıcı düşük başarı ile nitelendirilen bir öğrenme bozukluğu olan gelişimsel diskalkuli (R. Cohen Kadosh ve Walsh, 2007) sorunu yaşayan kişiler, sembolik sayıların otomatik işleminde bozukluklar göstermektedir (Rousselle ve Noel, 2007; Rubinsten ve Henik, 2005). Sembolik sayıları otomatik olarak işleme için gerekli olan sağlam (bozulmamış) yetenek, transkraniyal manyetik uyarı (transcranial magnetic stimulation-TMS) rehberliğinde fonksiyonel manyetik rezonans görüntüleme (functional magnetic resonance imaging-fMRI) kullanılarak incelenmiştir. R. Cohen Kadosh ve diğ. (2007) sağ intraparietal sulkus (IPS)'un otomatik büyüklük işleme için esas olduğunu göstermiştir. Sadece sağ tarafta görülen aksaklık, fakat sol değil, sayısal büyüklüğe otomatik erişim performansı gibi diskalkuliye neden olmuştur. Öyle ki, diskalkulisi olmayan katılımcılar sağ IPS'lerine uyarı aldıklarında gelişimsel diskalkulisi olan kişilerinkine benzer performans sergilemişlerdir. Otomatisiteye ilişkin kanıt ayrıca şeklin (format) bir fonksiyonu olarak otomatik işleme ayrışmasını işaret etmektedir; diskalkulisi olan bireylerdeki sembolik işleme azaltıldığında, sembolik olmayan otomatik işleme zarar görmemiş (intact) gibi görünmektedir (Rousselle ve Noel, 2007).

Şimdi sayısal işlemenin birimsel olmayan (non-unitary) bir sistem tarafından geliştirildiğine ilişkin görüşü destekleyen deneysel veriden bahsedeceğiz.

Temel Sayısal Beceriler

İnsanların iki farklı sistem tarafından devam ettirilen temel sayısal becerilere sahip oldukları düşünülmektedir: sözel sayma olmaksızın görsel ve işitsel çoklukları ayırt etmelerine ve yaklaşık olarak temsil etmelerine imkan tanıyan ve insan olmayan primat hayvanlar ile paylaşılan yaklaşık bir sayı sistemi, öyle ki ayrıca bebeklerde de bulunur, ve küçük çoklukların kesin (net) temsiline imkan tanıyan tam temsil sistemi (Feigenson, Dehaene ve Spelke, 2004). Temel sayı işlemeye kıyasla, genellikle yıllar sonra edinilen daha üst düzey matematiksel becerilerin, sayı sayma ve sayısal tahmin gibi erken sayısal aktivitelerdeki yeterliliğe bağlı olduğuna ilişkin genel bir görüş bulunmaktadır (örneğin, Libertus, Feigenson ve Halberda, 2013). Bu yüzden temel beceriler ve üst düzey matematiksel beceriler arasındaki ilişkiyi keşfetmek, üst düzey matematiksel becerilerin temel beceriler ile ne dereceye kadar ilişkili olduğu konusunda bizi bilgilendirebilir. Takip eden bölümler, bilişsel sinirbilim bağlamında araştırılan bu tür temel becerilere ilişkin genel bir tanıtım sağlamayı amaçlamaktadır.

Sembolik Olmayan Miktarlar

Yaklaşık Sayı Sistemi (Approximate Number System- ANS)

Piazza ve diğ.'ne (Piazza ve diğ., 2004) göre, hem davranışsal hem de nöronal seviyede büyük çoklukların küçük olanlara göre daha az kesin temsili ile, çokluklar giderek belirsiz bir şekilde temsil edilmektedir. Hızlı, otomatik ve iç gözleme ulaşılamaz olduğu kadar içgüdüsel bir süreçtir (Dehaene, 2009). Farklı dillerde ve sayısal gösterimlerde (Buckley, 1974; Dehaene, 1996) tutarlı olarak tekrarlanan iki davranışsal etki bu temsil sistemini yansıtmaktadır:

- a. Mesafe (uzaklık-distance) etkisi: Sayısal karşılaştırma görevlerindeki performans (örneğin, iki Arap sayısından veya iki nokta kümesinden hangisi daha büyüktür?), tepki süreleri ve hata oranları ile ölçüldüğü kadarıyla, iki sayı arasındaki sayısal mesafe azaldıkça artmaktadır. Başka bir ifadeyle, örneğin, “2 ve 8” i karşılaştırmak “2 ve 3” ü karşılaştırmaya göre daha hızlı ve daha kesin cevaplar getirmektedir. Sembolik sayılar artan veya azalan bir sayma listesinde düzenlendiğinde, mesafe etkisinin aksi yönde değiştirilebileceğini unutmamalıdır (Lyons ve Beilock, 2013). Bu bulgu, ordinalitenin sembolik olarak temsil edilen sayıların anlaşılması için önemli bir özellik olabileceğini belirtmektedir.
- b. Büyüklük etkisi: Benzer karşılaştırma görevinde, iki sayı arasındaki sayısal mesafe sabit iken, iki sayının mutlak büyüklüğü veya sayısal büyüklüğü arttıkça, tepki süreleri ve hata oranları artmaktadır. Örneğin, kişiler “2 ile 3”ü “7 ile 8” e göre daha hızlı karşılaştırmaktadır (Moyer ve Landauer, 1967; Restle, 1970).

ANS'in bu özellikleri insan yaşamı boyunca (örneğin, Halberda ve diğ., 2012; Halberda, Mazzocco ve Feigenson, 2008; Libertus ve Brannon, 2010) ve insan olmayan hayvan türlerine ilişkin bir aralık (örneğin, Cantlon ve Brannon, 2006; bkzn. Libertus ve diğ., 2013) boyunca gözlemlenmiştir. Her ne kadar referans (baseline) sivrilik (acuity) bireyler arasında önemli ölçüde değişse de (örneğin, Halberda ve diğ., 2008; Piazza ve diğ., 2010), ANS' nin insanlardaki sivrilik yaklaşık 30 yaşına kadar arttığı gösterilmiştir (Halberda ve Feigenson, 2008; Halberda ve diğ., 2012; Lipton ve Spelke, 2003). ANS' deki bu tür bireysel farklılıkların, okulöncesi çocukların matematiksel yeteneğinde eşzamanlı ölçülen bireysel farklılıklarla ilişkili olduğu gösterilmiştir (Libertus, Feigenson ve Halberda, 2011) ve bu ilişki ortaokula (Halberda ve diğ., 2008), liseye (Libertus, Odic ve Halberda, 2012) ve daha ötesine (Halberda ve diğ., 2012) uzanmaktadır.

Ayrıca yakın zamanda, ilk denemedeki yaş, tanımlayıcı kelime haznesi ve referans matematik yeteneği kontrol edildiğinde, ANS sivriliğinin matematiksel yeteneği altı ay sonra tahmin ettiği bulunmuştur (Libertus ve diğ., 2013). Fakat sayısal bilgi ile birlikte değişen sayısal olmayan ipuçlarını bastırma ihtiyacından dolayı bu görevdeki performans, engelleme seviyesi tarafından etkilenebilir (Fuhs ve McNeil, 2013).

Diğer bir taraftan, pek çok çalışma ANS sivriliği ile matematiksel yetenek arasında korelasyon bulmamıştır. Örneğin, Lyons ve diğ. (2014) sınıf seviyeleri 1-6 arasında değişen binin üzerindeki çocuğun sekiz temel sayısal becerisi ile erken aritmetiksel becerisi arasındaki ilişkiyi incelemiş ve ANS'nin herhangi bir sınıf seviyesinde aritmetiksel beceriyi tahmin edebildiğine ilişkin bir sonuç bulmamıştır. Benzer şekilde Sasanguie ve diğ. (2013a), 6-8 yaş arasındaki çocuklarda benzer ilişkiler bulmamıştır. Diğer bir çalışmada, Gilmore ve diğ. (2013) engelleme becerisinin, ANS'nin sivriliği yerine, ANS ve matematiksel başarı arasındaki ilişkinin nedenini açıkladığı sonucuna ulaşmıştır.

Price ve diğ. (2012) ANS sivriliği ve matematiksel başarı arasındaki ilişki ile ilgili karışık sonuçların örneklem büyüklüğü, yaş grupları, aritmetik testinin türü ve ANS'yi değerlendirmek için kullanılan ölçümler gibi çalışmalar arasındaki farklılıklardan kaynaklanıyor olabileceğini belirtmiştir. Sonuç olarak, ANS sivriliğinin formal matematiksel yetenekteki gelişime nasıl sebep olabildiği, zamanla ANS ve matematiksel yetenek arasındaki ilişkinin yönlülüğü, engelleme becerileri gibi alan-genel fonksiyonların ANS sivriliği ile nasıl etkileşimde bulunduğu ve sayı sembollerinin sıklığının ANS sivriliğini nasıl artırdığı belirsizliğini korumaktadır (tam inceleme için bkz. Libertus ve diğ., 2013).

Şipşak Sayılama

Konuşma öncesi dönemdeki bebeklerin, çocukların ve yetişkinlerin, bir kümede yaklaşık olarak dört nesneye kadar olan grupların boyutunu seri ve dikkat gerektiren sayma süreçleri olmaksızın otomatik olarak tahmin edebildikleri yaygın biçimde belgelenmiştir. Fakat bu miktarın ötesinde tahmin süresinin uzunluğu, seri saymaya bağlı olarak, ek nesnelerin sayısının bir fonksiyonu olarak artmaktadır (Chi, 1975; Kaufman, 1949; Mandler, 1982). Bu hızlı ve kesin şipşak sayılama sürecinin, yaklaşık 40-100 msn/nesne, sadece görsel sunum (örneğin Chi, 1975) için değil, aynı zamanda işitsel (Camos, 2008) ve dokunsal (Riggs, 2006) sunum için de geçerli olduğu bulunmuştur. 4' ten fazla nesne için sayma daha yavaş, daha fazla çaba gerektiren ve hata yapmaya açık bir süreç ile yaklaşık 250-350 msn/nesne düzeyindedir (Trick, 1994). Diskalküli olanlar gibi sayısal yeterliliği düşük çocukların, numara öğrenmenin bir temeli olarak onun potansiyel önemi vurgulayarak, atipik şipşak sayılama becerisi gösterdikleri belirtilmektedir (Koontz ve Berch, 1996; Reeve ve diğ., 2012).

Nöronal seviyede Pozitron Emisyon Tomografi (Positron Emission Tomography- PET) kullanan bir çalışma, iki sürecin iki farklı ağa dayandığı yönündeki ortak algıya meydan okuyarak, şipşak sayılama ve saymanın bilateral orta oksipital ve parietal alanları içerecek şekilde ortak bir ağ kullanabileceğini göstermiştir. Bu alanlardaki yoğunluk ve aktivasyonun uzamsal boyutu, noktaların sayısı ile birlikte artmaktadır ve uzamsal düzenlemelerine bağlıdır (rastgele> kanonik olarak düzenlenmiş maddeler); rastgele düzenlenen daha büyük çoklukları sayarken aktivasyonun maksimum zirveye ve boyuta ulaştığı gösterilmiştir (Piazza ve diğ., 2002). Özetlemek gerekirse, insanlar gerçek dünyadaki nesnelerin sayılarını tahmin etme yeteneğini hayvanlar ile paylaşıyor gibi görünmektedirler.

Fakat gündelik matematiğin kesin olmasına ihtiyaç vardır ve gündelik matematik sembolik anlamaya dayalı nicelik anlayışı gerekmektedir. Sıradaki bölümde sembolik sayıların işlenmesine odaklanan çalışmalardan bahsedeceğiz.

Sembolik Miktarlar

Kesin Sayı Sistemi (Exact Number System-ENS)

Sembollerini kullanarak sayıları temsil etme becerisinin sembolik sayı kodları ve ANS arasındaki haritalamaya olanak sağladığı düşünülmektedir. Bu tür bir edinimin, aritmetik işleme için yaşla birlikte artan sol IPS'deki ve çevresindeki bir aktivasyonun yanı sıra (Rivera ve diğ., 2005), hem sembolik hem de sembolik olmayan işleme için sağ IPS'nin üstünlüğünden bilateral IPS'ye doğru ilerleyici bir değişim vasıtasıyla, sayısal işlemeyen sorumlu serebral ağdaki yoğun değişimlere dâhil olduğu gösterilmiştir (Ansari, Dhital ve Siong, 2006; Cantlon ve diğ., 2006; Izard ve diğ., 2008; Piazza ve diğ., 2007).

Bu tür değişimlerin, kesin sayı temsili ve işleme için ANS' nin hassas ayarının bir ikincisi, sembolik sayı sistemini yansıttığı düşünülmektedir ki bu kesin sayı sistemi (exact number system-ENS) olarak adlandırılmaktadır. Davranışsal veriye dayalı bir miktar kanıt ENS'nin, sembolik sayısal bilginin edinimi üzerinde ANS'nin bir düzeltilmesi olduğu fikrini desteklemektedir (bkznz. Castronovo, 2012). Örneğin Ashcraft ve Moore, çocukların (ortalama yaş 6.75 ve 10.71 arasında) ve kolej öğrencilerinin (ortalama yaş 23) yaşla birlikte sayı çizgisi tahmininin giderek artan bir doğrusal örüntü gösterdiğini ortaya koymuştur (Ashcraft ve Moore, 2012). Araştırmacılar ayrıca eğitim ve sembolik sayı bilgisinin ediniminin ANS'den ENS'nin gelişimi için önemli olabileceğini öne sürerek, doğrusal tahmin gücünün çocukların matematiksel başarıları ile anlamlı derecede ilişkili olduğunu bulmuşlardır (örneğin Siegler ve Booth, 2004).

ANS'den ENS'ye geçişin, gelişimin ve matematiksel yeteneklerin bir fonksiyonu olduğu çeşitli çalışmalarda bulunmuştur. Belirtilerden bir tanesi sayıların temsili için yaşla birlikte logaritmikten logaritmik ve lineerin bir karışımına ve sonuç olarak lineer bir temsile doğru değişimidir (Ashcraft ve Moore, 2012; Dehaene, 1997; Siegler ve Booth, 2004; Siegler ve Opfer, 2003). Daha özel olarak çocuklar sayıları, küçük sayıların olması gerekenden daha uzakta temsil edildiği ve daha büyük değerlerin birbirine yakın olarak sıkıştırıldığı, düzensiz aralıklı logaritmik veya "sıkıştırılmış" zihinsel bir sayı doğrusunda temsil etme eğilimi göstermektedir (bkznz. Moeller ve diğ., 2009). Çocuklar geliştikçe, ortalama 6.9 yaşında, sayı temsillerinin daha lineer bire-bir temsile doğru değiştiği gösterilmiştir (Siegler ve Booth, 2004). Fakat logaritmik temsilin matematiksel öğrenme zorluğu olan çocuklar tarafından gösterilmesi devam etmektedir (Geary ve diğ., 2008).

Son zamanlarda, sol IPS'nin ENS ve ANS arasındaki haritalama için kritik olduğu belirtilmektedir. Sasanguie, Göbel ve Reynvoet (2013b), sol taraftaki aktivitenin bozulmasının, yinelemeli TMS'yi kullanan sağ IPS değil, sembolik ve sembolik olmayan sayı temsilleri arasındaki ateşleme için önemli olan süreçleri bozduğunu belirtmiştir (Sasanguie ve diğ., 2013b). Bu sonuç, ENS ediniminin sağ IPS yerine sol IPS'ye bağlı olduğunu belirten önceki çalışmalar ile uyumludur (Rivera ve diğ., 2005).

Kesin sayısal anlama ayrıca sembollerini kullanmaksızın ve sembolik edinimden önce başarılabilir. Sayıları net bir şekilde temsil etme yeteneğinin, saymayı kullanma ile başarılabileceği belirtilmiştir (Carey, 2004). Şimdi, sağlam matematiksel gelişim için çok önemli olan bir beceriyi, sayma olayını tartışacağız.

Parmaklar, Vücudun Parçaları ve Tabanlar ile Sayma

Küçük bir grup nesnenin ötesinde sayabilmek amacıyla, insanlar kendi saymalarını takip etmek için çetele sistemi (örneğin, el yapımı eşyalar üzerinde bulunan çetele işaretleri), yazılı sayılar ve sayı isimleri gibi semboller, abaküs ve son zamanlarda ise hesap makinesi gibi çeşitli yardımcıları geliştirmiştir. Büyük kültürel çeşitliliğe rağmen saymanın iki ortak yolu bulunmaktadır: vücudun parçalarının ve taban sistemlerinin kullanımı.

Parmaklar ve diğer vücut parçaları sayılan nesnelerin sayısını kaydetmek için sıklıkla kullanılmaktadır. "Basamak" kelimesinin sadece sayıları kastetmek için değil, aynı zamanda el ve ayak parmakları için de kullanılması şaşırtıcı değildir.

Antropolojik kanıt bu durum için destek sağlayabilir; örneğin Papua Yeni Gine’de, Yupno’nun sayılar için özel isimleri bulunmamaktadır. Sayıları saymak ve temsil etmek için vücut parçalarının isimlerini kullanmaktadırlar. Örneğin, “bir” küçük sol el parmağıdır (Lancy, 1978). Papua Yeni Gine’deki Kilenge insanları için vücudun parçaları birleştirilir ve taban sistemi gibi kullanılır. Örneğin 5 bir “el” ile, 10 “iki el” ile ve 20 “insan” ile temsil edilmektedir. 30’u temsil etmek için bu terimler birleştirilebilir, yani 30 bir “insan ve iki el” demektir (Lancy, 1978; Wassmann, 1994).

Daha büyük miktarları temsil etmek için vücudun parçaları yeterli gelmediğinde, tabanlar kullanılmaktadır. Tabanlar sayıların kültürden bağımsız olan temel bir özelliğinden elde edilmektedir. 1 ve 0 dışındaki herhangi bir sayı, toplamalarının bir toplamı şeklinde parçalanabilir. Örneğin, 10’luk taban sisteminde, “45” sayısı, 4 tane 10’luk ve 5 tane 1’lik anlamına gelmektedir. 10’luk taban sistemi tek taban sistemi değildir, Maya gibi kültürler 5’in alt birimleri ile 20’lik taban sistemini kullanmaktadırlar. 20’lik bir taban sisteminin izleri Fransızca (örneğin “quatre-vingt-dix-sept”, genel anlamıyla “dört yirmi ve on yedi”) gibi bazı Avrupa dillerinde duyulabilir. Antik Babilliler, 10’un alt bölümleri ile zaman ve açılar ölçümünde kullanmayı sürdürdüğümüz 60’luk bir taban sistemi kullanmışlardır (Hodgkin, 2005).

Sayma için vücudun parçalarını kullanma eğilimi sayısal algı ile yakın evrimsel bir ilişkiye sahip olabilir (Butterworth, 1999). Örneğin, Gerstmann sendromunda (Mayer ve diğ., 1999), sol parietal korteksin hasar görmesi sadece aritmetik yapma yetersizliğine, akalkuli olarak isimlendirilmiş, değil; aynı zamanda dokunma ile parmakların tanımlanması olarak sınıflandırılan parmak agnoziye; yazma yetersizliği anlamına gelen agrafiye ve sol-sağ yönelim kaybına neden olmaktadır (Gerstmann sendromu ile ilgili kısma bakınız). Bu bakımdan çeşitli çalışmalar, sayıların kullanımının diğer “daha eski” evrimsel bilişsel fonksiyonlardan ortaya çıktığını belirtmiştir (R. Cohen Kadosh, Lammertyn ve Izard, 2008; Dehaene ve Cohen, 2007). Örneğin, uzayın temsilleri, sayının temsilleri ile birlikte, parietal loblardaki kısmen örtüşen yapılar tarafından geliştirilmektedir (Walsh, 2003).

Sayılar ve Uzay

Parietal lobların genel fonksiyonlarından bir tanesi uzayın, zamanın ve miktarın temsidir (Walsh, 2003). Sayılar sıralı; sıra ardışık bir düzene bağlı olduğunda, örneğin birinci, ikinci, üçüncü; kardinal, miktarların veya kümelerin büyüklüğündeki gibi ve nominal, sayılar sadece tanımlama için kullanıldığında ve miktar, sıra veya diğer ölçümü, bilgiyi temsil etmediğinde, olarak temsil edilebilmektedir. Sayıların temsili güçlü bir uzamsal unsur bulunduğunu belirten çeşitli kanıtlar bulunmaktadır (van Dijck ve diğ., basımda).

Sayı temsili uzamsal özelliğini destekleyen, en tutarlı olarak tekrarlanan bulgu, Cevap Kodlarının Uzamsal Sayısal Birliği (Spatial Numerical Association of Response Codes- SNARC) etkisidir. Bu etki, kişilerin sayılar hakkında muhakeme yapmasını gerektiren görevlerde gösterilmektedir (örneğin, tek/çift muhakemeleri). Batılı katılımcıların küçük sayılara sol el ile ve büyük sayılara sağ el ile daha hızlı cevap verdiği yönündeki tutarlı bulgudan bahsetmektedir. Son zamanlarda, yazının yönlülüğünün SNARC etkisinin yönlülüğüne katkıda bulunduğu belirtilmektedir; Arapça-İngilizce okuyucular (iki dilli) zayıf sağdan-sola eğilim sergilerken ve okuma yazma bilmeyen Arap spikerler SNARC etkisi göstermezken, sadece sağ-sol yazma sistemini kullanan Arap okuyucular (tek dilli) sağdan-sola doğru bir eğilim göstermiştir (Zebbian, 2005). Buna ek olarak, bu etki cevabın tarafına bağlı ve yanıt veren ele bağlı değildir. Her ne kadar sol elle yapılsa da, eller çaprazlandığında daha büyük sayılar uzayın sağ tarafında daha hızlı bir cevap ile işleneceklerdir ve tersi de doğrudur (Dehaene, Bossini ve Giraux, 1993). Bu sayıların soldan sağa uzanan “uzamsal sayı doğrusu” vasıtasıyla temsil edilebilir olduğu fikrini (Restle, 1970) desteklemektedir.

Sayılar hatta görsel-uzamsal dikkatin oryantasyonuna etki edebilir. Örneğin Fisher ve diğ. (2003), ekranın merkezinde sunulduğunda, 8 ve 9 gibi büyük sayılar dikkati sağa yönlendirirken 1 ve 2 gibi küçük

sayıların dikkati sola yönlendirdiğini göstermiştir. Sayı becerisi üzerindeki görsel-uzamsal dikkatin etkisi daha sonra görsel-uzamsal ilgisizliği olan hastalar, yani uzayın sağ hemisferini ihmal etmelerine neden olan sağ parietal lezyonu olan hastalar, ile yapılan çalışmalar tarafından desteklenmektedir. Ne diskalkuli ne de akalkuli sahibi olmayan bu hastalardan bir doğruyu iki eş parçaya ayırmaları istendiğinde, görsel-uzamsal önyargılarına benzer uzamsal-sayısal önyargılar göstermektedirler (örneğin, 11 ve 19'un ortasında yer alan sayı sorulduğunda, "17" cevabını verebilirler) (Zorzi, Priftis ve Umiltà, 2002).

Sayıların uzamsal "zihinsel bir sayı doğrusu" şeklinde soldan sağa olan temsili sayıların iki farklı özelliği ile ilişkilendirilebilir: (i) sayısal kardinaliteleri veya miktarları; veya (ii) ordinaliteleri- yani sayılar sıralı bir kümedir veya miktarları temsil ettikleri gerçeği ilgisizdir. İkinci durumda, benzer etkiler sıralı bir küme olan fakat miktar temsil etmeyen alfabeler veya yılın ayları gibi uyaranlar ile bulunabilir. Güncel veri ikinci olasılığı desteklemektedir. Örneğin Gevers, Reynvoet ve Fias (2003), SNARC etkisinin aylar şeklindeki uyaranlara da uygulandığını bulmuştur. Örneğin daha hızlı sol-terafı bir cevap "Ocak" için verilirken daha hızlı sağ-terafı bir cevap ise "Aralık" için verilmiştir.

Daha yakın zamanlarda teorik kanıt, şekillendirilmiş çokluk olarak adlandırılan, sayısal bilişin duyuşal ve bedensel yönünü de aydınlatmıştır (bkz. Moeller ve diğ., 2012). Bu kavramın bazı örnekleri parmak sayma ve parmağa dayalı temsilleri içermektedir. Sayının şekillendirilmiş temsillerinin sayı işlemeyi sistematik ve fonksiyonel bir şekilde etkilediği ve sayısal öğrenmenin etkililiğini artırmak için eğitilebileceği ileri sürülmüştür (Moeller ve diğ., 2012). Fischer ve diğ. (2011)'nin belirttiği bir uzamsal-sayısal eğitiminin, bir sayı doğrusu tahmin görevinde ve standart bir matematik başarı testinin bir alt testinde çocukların performansını artıran uzamsal olmayan bir kontrol eğitimi üzerindeki performanstan daha etkili olduğu gösterilmiştir. İlerlemeler, uzamsal-sayısal bağlantıların yararlarını ortaya atan geliştirilmiş sayı doğrusu temsili tarafından, dikkat veya motivasyon faktörleri tarafından değil, harekete geçirilmiştir. Daha yakın zamanda, bedensel hareketi içeren şekillendirilmiş eğitimin, sayı doğrusu tahmini performansını geliştirmedeki kinestetik olmayan eğitimden daha etkili ve özellikle düşük bilişsel becerilere sahip çocuklarda daha faydalı olduğu belirtilmektedir. Bu şekillendirilmiş eğitim ilerlemeleri ayrıca toplama problemleri çözmedeki performansa da transfer edilebilir (Link ve diğ., 2013).

Bu yüzden uzay ve sayılar arasındaki ilişki büyük ölçüde desteklenir ve sıra belirten seviyede köklenebilir gibi görünmektedir. Şimdi ağırlıklı olarak sayısal boyutu inceleyen çalışmalarla, nöronal seviyedeki sayısal temsillere ilişkin meseleyi tartışacağız.

Sayıların Beyindeki Temsili

Araştırmalar, sayısal bilişin özelleştirilmiş nöral ağlarının varlığını öne süren tatmin edici miktarda kanıtı yol açtı (R. Cohen Kadosh ve diğ., 2008; Dehaene, 2009; Zamarian, Ischebeck ve Delazer, 2009). Bu ağlar çoğunlukla parietal ve prefrontal kortekslerde belirmektedir, fakat oksipital korteks, subkortikal alanları ve singulat korteksi içeren diğer beyin alanlarını da içermektedir.

Parietal Korteks

İnsanlar miktar işleme ve hesaplama süreci ile meşgul olduklarında, parietal lob sistematik ve bilateral (iki tarafı simetrik) olarak aktive edilmektedir (incelemeler için bkz. Arsalidou ve Taylor, 2011; R. Cohen Kadosh ve diğ., 2008; Kaufmann ve diğ., 2011; Menon, basımda). IPS, özellikle, beyindeki sayısal temsil ile tutarlı olarak ilişkilendirilmektedir (R. Cohen Kadosh ve diğ., 2008). Örneğin, katılımcılar verilen bir miktarın bir standarttan daha küçük mü yoksa büyük mü olduğuna karar verirken ve hatta sayıların subliminal temsiliinde [katılımcı onun farkında olmaksızın bilinçli algı eşik değerinin altındaki sayıların temsili, örneğin bir ateşleme görevi (Ekteki Tablo 2'ye bakınız)] parietal korteks aktive edilmektedir (Naccache ve Dehaene, 2001).

İkinci bulgu, miktar bilgisine, sembolik sayılara ilişkin algı tarafından otomatik olarak erişilebildiğini belirten önceki çalışmalara destek vermektedir.

Başka çalışmalar IPS'nin sayısal temsildeki rolünü desteklemektedir (Piazza ve diğ., 2004). Örneğin fMRI çalışmaları IPS aktivitesinin, nöral bir adaptasyon paradigması kullanarak miktar bilgisine duyarlı olduğunu göstermiştir. Bu çalışmalar IPS aktivitesinin, benzer sayısal uyarının tekrarlanmasına karşılık olarak adapte olduğunu veya yavaşça azaldığını ve diğer veya olağandışı çokluklara karşılık olarak tekrar arttığını göstermektedir (Cantlon ve diğ., 2006; R. Cohen Kadosh ve diğ., 2011; Piazza ve diğ., 2007). Başka çalışmalar TMS'yi kullanan IPS'yi aktive etmenin, belli sayıların sayısal temsili hafiflettiğini göstermiştir, bu yüzden insan beynindeki nöronların belli sayılara diğerlerine göre daha duyarlı olduğu görüşünü desteklemektedir; örneğin maymunların beyinleri ile benzer olarak bazı nöronlar en uygun biçimde verilen bir sayıya, 3 ve 5 gibi yakın bir sayıya 4 veya daha az gibi ve hatta daha azına, örneğin 7 (R. Cohen Kadosh ve diğ., 2010a), ayarlanmaktadır (Nieder ve Miller, 2004). Sağ IPS'nin yaşamın erken zamanlarında sayısal işleme için kuvvetlendirildiği (Cantlon ve diğ., 2006; Izard ve diğ., 2008), eğitim ile temelde değişmeden kaldığı ve genetik faktörlerden çoğunlukla etkilendiği belirtilmiştir (Pinel ve Dehaene, 2013). Bu sırada bir sayı karşılaştırma görevi sırasında sol IPS'deki aktivasyonun çocukların okuldaki aritmetik performansı ile ilişkili olduğu bulunmuştur (Bugden ve diğ., 2012).

Daha önce bahsedildiği gibi kavrama, işaret etme, göz hareketleri, dikkatin oryantasyonu, genel dikkat veya cevap-seçme mekanizmaları gibi aktiviteler (Shuman ve Kanwisher, 2004) ve büyüklük, yer, açı ve parlaklık gibi diğer fiziksel boyutları içeren görevler (R. Cohen Kadosh ve Henik, 2006; R. Cohen Kadosh ve diğ., 2005; Fias ve diğ., 2003; Kaufmann ve diğ., 2005; Pinel, Piazza, Le Bihan, ve Dehaene, 2004; Zago ve diğ., 2008) boyunca da IPS aktive edildiğinden, sorulan sayısal işleme için IPS aktivasyonun özgülüğünü kabul etmek önemlidir; bir inceleme ve meta-analiz çalışması için R. Cohen Kadosh ve diğ., 2008'e bakınız. Bu durum iki yoruma götürmektedir: i) IPS'de diğer belli büyüklük sistemlerinden sadece kısmen bağımsız olan, ve bu sistemlerle iç içe olan, sayısal işlemeye hizmet eden bir alt sistem bulunmaktadır ii) IPS zaman, uzay ve sayıların büyüklüğünün değerlendirilmesine adanmış genel bir sistemin merkezidir (Walsh, 2003) ve böyle bir büyüklük sistemi parietal lobun görsel-motor becerilerdeki birincil rolünü desteklemektedir (R. Cohen Kadosh ve diğ., 2011).

Her ne kadar IPS'nin büyüklük işlemedeki rolü üzerinde genel bir vurgu bulunsa da, bazı araştırmacılar onun sıra işlemedeki rolünü de vurgulamışlardır. IPS'nin anterior kısmı hem sayısal hem de harfler ve aylar gibi sayısal olmayan sıra ile aktive edilmektedir (Fias ve diğ., 2007), bu durum sırayı içeren bilgi için IPS'nin işleyen bellekteki önerilen rolünü desteklemektedir (Marshuetz ve diğ., 2006a; Marshuetz ve diğ., 2006b). Fakat IPS'de sayısal ve sayısal olmayan sıra arasında ayrışma bulunması, bu genel alanın her iki sıra işlemede rolünün olmasının yanı sıra iki tür işlemenin büyük ölçüde ayrı olabileceğini akla getirmektedir (Zorzi, Di Bono ve Fias, 2011).

Temporo-Parietal Birleşme

Sol anguler girusun dil işlemeye dahil olduğu bulgusunu takip ederek (Dehaene ve diğ., 2003; C. J. Price, 2000), araştırmacılar bu alanın çarpma kuralları gibi sözel olarak kaydedilmiş aritmetik kurallarının uzun-sürekli bellekten geri getirilmesine dahil olabileceğini ileri sürmüşlerdir. Sol anguler girusun yaklaşık yerine kesin toplama işlemi süresince (Dehaene ve diğ., 1999), büyük olanlara kıyasla nispeten daha küçük problemleri işleme süresince (Stanescu-Cosson ve diğ., 2000), çıkarma problemlerine kıyasla çarpma problemlerini çözerken (Lee, 2000) ve aritmetik kurallar ile ilgili alıştırmadan sonra (Delazer ve diğ., 2003) daha fazla aktivasyon sergilediği rapor edilmiştir. Beyin görüntüleme verisine ve strateji kullanımına ilişkin öz rapora dayalı olarak (Grabner ve diğ., 2009), kişiler toplama, çarpma, çıkarma ve bölme problemlerini çözerken aritmetik kuralların geri çağırılmasında sol anguler girusun aracılık ettiği belirtilmiştir.

Anguler girusun ve sol superior temporal girusun, sembolik olmayana (yani nokta kümeleri) kıyasla sembolik sayısal büyüklük tahminleri (yani sayılar ve kelimeler) için her iki alanda daha fazla aktive edilerek, sembolik aritmetiğin temsilinde güçlü bir şekilde içerildiği ileri sürülmüştür (Holloway ve Ansari, 2009). Fakat tüm bu sonuçlar, sembolik sayılar durumunda daha büyük olan, otomatikleştirme ve kuralların geri çağırılması ile açıklanabilir (Zamarian ve Delazer, basımda).

Prefrontal Korteks

Frontal lobların anterior bölgesindeki prefrontal korteksin; engelleyici kontrol, işleyen bellek, bilişsel esneklik ve muhakeme, problem çözme ve planlama gibi üst düzey fonksiyonları içeren yönetici fonksiyonlar gibi bir dizi ana alan-genel süreçleri yönetmeye dâhil olduğu bilinmektedir (örneğin Lehto, 2003; Miyake, 2000; Collins, 2012; Diamond, 2013).

Parietal ve prefrontal korteksin kişiler aritmetik görevini gerçekleştirirken eş zamanlı olarak aktive olduğu tutarlı bir şekilde rapor edilmiştir (Grabner ve diğ., 2009; Pesenti ve diğ., 2000; Rivera ve diğ., 2005; meta-analiz için bkz. Arsalidou ve Taylor, 2011). Menon ve diğ. (2000b) bu tür birlikte aktive olmanın nicel olarak ayrılabilceğini ilk defa ortaya koymuşlardır; alan-genel görev zorluğunun ana etkisi sol ventrolateral prefrontal kortekste bulunurken, aritmetik karmaşıklığın ana etkisinin sol ve sağ IPS'de olduğu belirtilmiştir. Menon ve diğ. (2002) ayrıca prefrontal korteksin yanlış aritmetik ifadeleri ve içsel olarak hesaplanan ve dışsal olarak sunulan yanlış cevaplar arasındaki uyumsuzluğu tespit etmedeki rolünü belirtmiştir.

Diğer çalışmalar ayrıca prefrontal alanların sayısal büyüklük işlemedeki rolünü rapor etmişlerdir. Örneğin, sayısal uzaklık etkisinin gücü ile prefrontal ve precentral alanlardaki aktivasyon seviyesi arasında negatif bir korelasyon olduğu gösterilmiştir (Ansari ve diğ., 2005; Pinel ve diğ., 2001). Bu alanlar, muhtemelen dikkat ve yönetici fonksiyonlar gibi diğer bilişsel fonksiyonların katılımı yüzünden, yetişkinlere göre çocuklarda anlamlı derecede daha büyük alana ayarlanmıştır.

Görsel Akımlar

Lateral oksipital korteks ve fuziform girus gibi ventral görsel akım alanlarının, diğer işleme talepleri kontrol edildiğinde, çoğunlukla IPS ile birlikte aktive oldukları rapor edilmiş ve bu bölgelerin cevaplarının aritmetik karmaşıklığın bir fonksiyonu olarak arttığı gözlemlenmiştir (örn. Keller ve Menon, 2009; Rickard ve diğ., 2000). Rosenberg-Lee (2011b) inferior temporal kortekste, tanıma ve sayı-harf dizilerinin ayırımında önemli olduğu düşünülen alanlar, farklı aritmetik işlemler boyunca fonksiyonel ayrışmalar olduğunu rapor etmiştir (Allison, 1999; Milner, 2008). Aritmetik işlemlerin dekonstrüksiyonunun, özellikle alışılmadık problem formatı olanlar ve daha az otomatikleştirme prosedürü içerenler, dorsal ve ventral görsel alanlar arasında dinamik etkileşim talep etme eğiliminde oldukları belirtilmiştir (Rosenberg-Lee ve diğ., 2011; bkz. Menon, basımda).

Aritmetik Göreve-Özgü Fonksiyonel Ayrılmalar

Aritmetik söz konusu olduğunda, bunun bütün bir süreç olduğuna dair yanlış izlenim vermek kolaydır. Takip eden örneklerin açıklayacağı gibi, bu açık bir şekilde söz konusu değildir (Aritmetik Becerisinin Bütün Olmadığı ile ilgili bölüme bakınız). Sayı karşılaştırma, toplama, çıkarma ve çarpma gibi belli aritmetik işlemler için beynin farklı alanları arasında belirgin fonksiyonel ayrılmalar olduğu belirtilmiştir.

Örneğin Chochon ve diğ. (1999) tarafından yapılan bir çalışmada, sadece (kasıtlı miktar işleme içermeyen) basamak isimlendirme ile karşılaştırıldığında, sayı karşılaştırma görevinin bilateral parieto-fronto-singular ağı aktive ettiği sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmacılar isimlendirme, karşılaştırma, çarpma ve çıkarma görevleri arasında farklılık gösteren aktivasyonları analiz ettiklerinde, listedeki her görevin, sırasıyla, hemen önceki göreve belli bir aktivasyon alanı eklediğini bulmuşlardır.

Basamak isimlendirme ile karşılaştırıldığında, sayı karşılaştırma sağ postcentral sulkusun derinlerini aktive etmiştir; bu sırada çarpma sayı karşılaştırmaya göre güçlü bir sol intraparietal aktivasyonu eklemiştir ve çarpmaya göre çıkarma daha büyük bir sağ postcentral ve bilateral prefrontal aktivasyon ile sonuçlanmıştır (Chochon ve diğ., 1999). Fakat bu tür bir sonuç görev zorluğundaki farklılıklardan kaynaklanıyor olabilir; çünkü daha zor görevler daha fazla metabolik talepte bulunmaktadır.

Diğer bir örnekte Rosenberg-Lee ve diğ. (2011b), bir sayı tanımlama görevi ile karşılaştırıldığında, toplama dışındaki tüm aritmetik işlemler, sol posterior IPS' nin tutarlı aktivasyonunu ve sağ posterior angular girusun tutarlı deaktivasyonunu getirmektedir. Sol angular girusun çarpma sırasında geri getirmeyi farklı açılardan kolaylaştırdığı yönündeki genel görüşe karşıt olarak, yani miktar işleme yerine sözel işleme sayesinde, "üçlü-kod" modelinde (Dehaene ve Cohen, 1997; Dehaene ve diğ., 2003) ileri sürüldüğü gibi, aynı çalışma çarpma ve toplamanın sağda, fakat sol angular girusta değil, anlamlı derecede farklı aktiviteye yol açtığı bulunmuştur. Yazarlar ayrıca toplama ve çarpmanın geri getirme sürecine bağlı olmasına rağmen, çarpmanın sağ posterior IPS'de, prefrontal kortekste, lingual ve fuziform giruda daha fazla aktivasyona neden olduğunu bulmuşlardır. Bu tür gizli farklılıkların, her iki işlem için kullanılan farklı geri getirme süreçlerinden sorumlu olduğu belirtilmiştir.

Sonuç olarak, bu bulgular farklı aritmetik işlemlerin parietal kortekse farklı aktivasyon seviyelerine ve alanlarına neden olduğunu, fakat bu farklı sayısal işlemler ile ilişkilendirilen nöral cevapların belli posterior parietal korteks alanlarına özel olarak ve doğrudan haritalanamayacağını ortaya atmaktadır. Nörogörüntüleme aletlerinin güncel çözünürlüğüyle, belli fonksiyonlar ve belli beyin alanları arasındaki birleşme ve ayrılmaların doğası ve boyutu hakkındaki belirsizlik ve tartışmanın süregeldiğini belirtmek önemlidir. Fakat bu bulgular aritmetik becerisinin tek bir birim olmadığını, bunun yerine ilişkili fakat belirgin parçaların bir bileşimi olduğunu önermektedir (Dowker, basımda-a).

Diğer Bilişsel Alanların Katılımı

Sayılar bilişsel bir modül değildir. Yani, temel sayısal görevlerin başarılı bir şekilde uygulanmasına ve kompleks matematik bilişsel becerilerin çokluğuna dayanmaktadır. Yönetici fonksiyonlar (Baddeley, 1996), engelleyici kontrol, dikkatin değişimi, güncelleme ve işleyen bellek gibi alan-genel bilişsel süreçlerin hepsi sayısal biliş için kritiktir. Bu fonksiyonların, aritmetik beceri edinimin erken süreçleri süresince daha etkili stratejilerin gelişimi için ana yapı sağladığı ileri sürülmüştür (Bull, Espy ve Wiebe 2008).

Hedef odaklı bilişsel görevler süresince bilgiyi düzenleyen ve sürdüren işleyen bellek, kontrol için sınırlı kapasite, diğer bilişsel ve akademik faktörlerin kontrol edildiğinde bile, matematiksel sonuçların önemli bir yardımcısı olarak değerlendirilmektedir (K. M. Wilson ve Swanson, 2001; inceleme için bkz. Raghubar, Barnes ve Hecht, 2010). Örneğin, sözel işleyen bellek matematik müfredat testlerindeki yılsonu performansını test ederken (Fuchs, 2005), işleyen bellek hem matematiksel zorluğu olan hem de olmayan çocuklardaki sözel problemlerdeki çözüm doğruluğunu özgün olarak tahmin etmiştir (Swanson, 2004). İşleyen belleğin matematik öğrenmeye ve performansına ilişkin katkıları ile ilgili başka araştırmaların, matematiksel öğrenme güçlüklerine müdahale için doğurgularının olacağı muhtemeldir. Bu sırada, yönetici fonksiyonlar matematik problem çözme strateji tercihinde çocukların becerilerindeki yaşa-bağlı ilerlemelere bağlanmıştır. Özellikle, engelleyici kontrol ve bilişsel esnekliğin derecesi, strateji seçimi ve strateji seçimindeki yaşa-bağlı farklılıklar ile ilişkilendirilmiştir (Lemaire ve Lecacheur, 2011).

İnsan Sayısal Bilişinin Gelişimi

Bebekler

İnsan bebekleri küçük sayıları temsil edebildiği ve hatırlayabildiği gibi bu sayılar arasında ayırım yapabilir. Bu durum, sözel öncesi sayma ve sözel saymanın öncülleri gibi, bazı sayı becerilerinin bebeklik süresince var olduğunu akla getirmektedir (Starkey ve Cooper, 1980). Örneğin, birkaç saatlik kadar küçük bebekler, 2 ile 3 gibi fakat 4 ile 6 gibi daha büyük kümelerle değil, çokluk sıralarına duyarlıdır (Antell, 1983; Starkey, Spelke ve Gelman, 1990). 6 aylık iken bebekler ayrı eylemlerin küçük (örneğin 2 veya 3) bir serisini numaralandırma veya sayma kapasitesi göstermektedirler (Sharon, 1998; Wynn, 1996) ve 18 aylık iken 3 veya 4 fiziksel nesneye kadar numaralandırabilirler (Starkey, 1992) ve algısal modaliteler karşısında birim kümeleri arasında sayısal benzerliğe karar verebilirler (Starkey ve diğ., 1983; 1990; Izard ve diğ., 2009). Bu bulgular bebeklerin ayırım yapabildiklerini, çokluklar ve nesneler arasındaki ilişkileri görebildiklerini ve çokluk ile ilgili formal eğitim almadan önce küçük miktarları temsil edebildiklerini ileri sürmektedir.

Beş aylık bebekler, küçük bir grup fiziksel nesne ile ilgili toplama ve çıkarma işlemleri gibi basit aritmetiğe duyarlılık göstermektedir (Wynn, 1992) ve bu bulguya başka çalışma tarafından da ulaşılmıştır (Simon, 1995). 2 nesnenin oluşturduğu bir kümeden bir nesne uzaklaştırıldığında, miktarda bir azalmaya ilişkin beklentileri hâlihazırda gelişmiştir ve aynı şekilde bir nesne eklendiğinde, miktarda artmaya ilişkin beklentileri gelişmiştir. Daha yakın zamanda, 9 aylık bebeklerin büyük sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini başarılı bir şekilde yapabildikleri de belirtilmiştir (McCrink ve Wynn, 2007); bu durum erken yaşta çoklukların temsilleri için büyüklüğe dayalı bir tahmin sistemine hâlihazırda var olduklarını akla getirmektedir.

Çocuklar

Okul Öncesi

Okul öncesi çocukların, “daha fazla, daha az” gibi, miktar ilişkilerine yönelik anlayışı toplama ve çıkarma becerileri ile birlikte, onlar olgunlaştıkça gelişmektedir. Starkey (1992) bebeklerin toplama ve çıkarmaya ilişkin anlayışlarının, 4 yaşında 4’e kadar nesneden oluşan kümelerle ve sonrasında daha büyük kümelerle yavaş yavaş genişlediğini göstermiştir (Bknz. Geary ve diğ., 2000).

Daha sonra sözel öncesi sayı sistemi, her ne kadar sistem dil olmaksızın çalışabilse de, sayı sözcüklerinin kullanımı ile (örneğin “bir”, “iki” gibi) ve temel toplama ve çıkarma problemlerini (örneğin, $2+3$ ’ü çözmek için “bir, iki, üç, dört, beş” diye saymak) çözmek için sözel sayma vasıtasıyla çocukların yeni gelişen dil becerileri ile entegre hale gelmektedir (Geary ve diğ., 2000).

Okul öncesi yılların sonu itibarıyla, pek çok çocuk sayma kavramlarına ilişkin iyi bir anlayışa sahiptir (Bknz Tablo 3). Çocuklar daha büyük kümeleri nispeten hesaplamak ve bu kümelerdeki nesnelerle toplama ve çıkarmayı desteklemek için bu sayma becerilerini kullanabilirler. Buna ek olarak, ordinalite (örneğin, $1<2<3<4$) ve kardinaliteye (sayma sırasındaki son kelimenin bir kümedeki nesnelerin sayısını tanımlaması) ilişkin temel bir anlayışa sahiptirler. Hepsinden önemlisi, onlar bu becerileri ölçümler gibi pratik yollarda kullanabilirler (Geary, Frensch ve Wiley, 1994).

İlkokul ve Ortaokul

Bu seviyede çocukların ve ergenlerin öğrenmesi beklenen sayısal becerilerin büyük çoğunluğu kültürel olarak belirlenmektedir ve bu beceriler, daha evrensel birincil sistemlerden inşa edilen ikincil beceriler (bkz. Tablo 4) olarak sınıflandırılabilir (Geary ve diğ., 2000). İki sistem arasındaki farklılık önemlidir çünkü ikincil becerilerin gelişim yörüngesi, eğitimsel uygulamalara bağlı olarak nesiller ve kültürler arasında çeşitlilik gösterebilir.

Altı ve sekiz yaş arasında, sayısal temsiller logaritmikten birincil lineer bir formata doğru bir değişim gösterir gibi görünmektedir, dolayısıyla daha kesin bir sayısal anlayışı yansıtmaktadır. Bir sayı doğrusu tahmin görevindeki performans ile gösterildiği üzere, sayısal temsildeki bireysel farklılıklar ve matematik başarısı test puanları arasında güçlü bir ilişki bulunmuştur (Siegler ve Booth, 2004). Yani artan matematik performansı tahmindeki artan doğrusallık ile ilişkilidir. Konu ile ilgili deneyimlere maruz kalmanın tahmin doğruluğu ile ilgili ilerlemeyi destekleme eğiliminde olduğu belirtilmiştir (Siegler ve Booth, 2004).

Gelişimsel sayı bilişi çalışmalarının pek çoğu temel sayısal becerilere odaklanırken, bazıları aritmetik strateji kullanımındaki gelişimsel değişikliklere ışık tutmuştur. Örneğin, zaman harcayıcı aşama prosedürlerine (örneğin, her toplam için 1'den sayma) güvenen genç çocuklar ile karşılaştırıldığında, formal eğitim alan çocuklar, “min” stratejisi, yani büyük katılandan sayma (Groen, 1977); “tie stratejisi”, $2+2$, $3+3$, $4+4$ (Barrouillet ve Fayol, 1998; Lemaire ve Siegler, 1995) gibi stratejilerin kullanımı ve sonuç olarak aritmetik kuralların hafızadan geri getirilmesi, kendi stratejilerinde artan bir iyileştirme derecesi göstermektedirler. Normal olarak, matematiksel problemleri çözerken daha büyük çocuklar, daha küçük olanlardan daha hızlı ve doğrudur (Imbo, 2007) ve büyük sayıları içeren problemler ile artan tepki süresinin iyi-tekrarlanmış bir gözlemi olan problem büyüklük etkisinde bir düşüş gösterirler (örneğin Roussel, Fayol ve Barrouillet, 2002).

Siegler ve Shrager (1984), erken anaokulu yaşındaki çocukların toplama problemlerini çözmek için, min-prosedürü, geri çağırma, tie-stratejisi ve daha fazlasını içerecek şekilde, çeşitli stratejilere zaten sahip olduklarını göstermiştir. Çalışmaların büyük çoğunluğu, bireysel bir problem türü için, geri çağırmayı yönetmek amacıyla bireylerin zamanla saymadan diğer stratejileri (örneğin min ve tie stratejileri) kullanmaya doğru ilerlediklerini belirtmektedir (Bknz. Imbo, 2007). Çocukların problem-cevap ilişkilerine ilişkin başlangıçtaki ilişkili ağları, onlar geliştikçe daha otomatik olarak aktive edilen bir uzun süreli bellek bilgisine doğru güçlenmektedir (Campbell ve Graham, 1985). Bu fikir, çocuklar büyüdükçe, farklı türdeki aritmetik işlemler için farklı problem-cevap ilişkileri arasındaki müdahale için artan frekans gösteren çalışmalar tarafından desteklenmektedir (örneğin LeFevre, 1991; Lemaire, Barrett, Fayol ve Abdi, 1994).

Tablo 1. Biyolojik Olarak Birincil Sayısal Beceriler

Çokluk (Numerosite) Sayma yapmadan küçük bir grup nesnenin veya olayın miktarını doğru olarak belirleyebilme becerisi. İnsanlarda, bebeklikten yaşlılığa, doğru çokluk değerlendirmeleri genellikle dört veya daha az nesneden oluşan kümelerle sınırlıdır.
Ordinalite Daha fazla ve daha az kavramlarına ilişkin temel bir anlama ve daha sonra belli ordinal ilişkilere ilişkin bir anlama. Örneğin, $4 > 3$; $3 > 2$ ve $2 > 1$ olduğunu anlama. İnsan bebekleri için bu sistemin erken sınırları (yani sayı kelimelerini öğrenmeden önce) bilinmemektedir, fakat 5'ten küçük çokluklarla sınırlı gibi görünmektedir.
Sayma Gelişimin erken döneminde 3, muhtemelen 4, nesneye kadar sözel sayma öncesi bir sayma sistemi bulunmaktadır. Dilin gelmesi ve sayı kelimelerinin öğrenimi ile sıralı sayı kelimelerinin sayma, ölçüm ve basit aritmetik için kullanılabileceğine ilişkin pan-kültürel bir anlayış ortaya çıkmaktadır.
Basit Aritmetik Gelişimin erken döneminde, küçük kümelerin miktarındaki artışa (toplama) ve azalışa (çıkarma) karşı bir hassasiyet ortaya çıkmaktadır. Her ne kadar bu sistemin sınırları henüz bilinmese de, bebeklikte, 2 nesneden oluşan kümelerdeki nesnelerin toplanması ve çıkarılması ile sınırlı olan bir sistem bulunmaktadır ve bu sistem daha sonra daha geniş kümelerle doğru yavaşça gelişmektedir.

Kaynak: Geary, D.C., Frensch, P.A., and Wiley, J.G. (2000), "From infancy to adulthood: The development of numerical abilities", *European child and adolescent psychiatry*, Vol. 9/2, S11-S16, <https://web.missouri.edu/~gearyd/ECAPsychiatry.pdf>.

Tablo 2. Biyolojik olarak İkincil Sayı, Sayma ve Aritmetik Yeterlilikler

Sayı ve Sayma Pek çok, hepsinde olmasa da, endüstrileşmiş millette, ilkökul çocuklarının sayma sistemini başarması (örneğin, ilişkili sayı kelimelerini öğrenme), 10'luk taban sistemine ilişkin bir anlayış kazanması ve sayıları bir temsilden diğerine (örneğin, sözelden-"iki yüz on"- Arapça' ya-"210") dönüştürmesi beklenmektedir. Küçük sınıflarda, onlu değerler (örneğin, sayı kelimesini unutma) ve onluk dönüşümler (örneğin, 29'dan 30, "yirmi dokuz, yirmi on" şeklinde sıklıkla yanlış telaffuz edilir) için sayma hataları yaygındır. Sayı kod çevrimi hataları (örneğin, "iki yüz on" u "20010" olarak kodlama) ilkökul çocuklarında, özellikle ilk birkaç sınıfta, yaygındır. 10'luk taban sistemini öğrenme, ilkökul çocuklarının öğrenmesi beklenen ve bu çocukların pek çoğunun sistem ile ilgili tam bir anlamayı hiçbir zaman kazanmadığı, en zor sayma ve sayı kavramı olarak ortaya çıkmaktadır.
Aritmetik: Hesaplamalar Pek çok endüstrileşmiş millette, ilkökul çocuklarının temel aritmetik kurallarını ve karmaşık aritmetik problemleri (örneğin, $472+928$) çözmek için hesaplamaya dayalı prosedürleri öğrenmesi beklenmektedir. Yeterli alıştırma ile akademik olarak normal olan çocukların neredeyse hepsi pek çok temel aritmetik kuralı ezberleyecektir; bazı ülkelerde ise alıştırmanın seviyesinin, bu kuralların ezberlenmesi ile sonuçlanması yeterli değildir, dolayısıyla bu durum geri getirme hataları ve sayma stratejilerinin sürekli kullanımı ile sonuçlanmaktadır. Aritmetik problemleri çözme becerisi temel becerilerin ezberlenmesi, ilişkili prosedürlerin ezberlenmesi ve 10'luk taban sistemine ilişkin bir anlama tarafından kolaylaştırılmaktadır. Sonucu bir sütundan bir diğerine taşımayı veya ödünç almayı (örneğin, $457+769$) gerektiren durumları içeren problemler için özellikle önemlidir.
Aritmetik: Sözel Problemler Pek çok, hepsinde olmasa da, endüstrileşmiş millette, her ne kadar ileriki sınıflarda çözmeleri beklenen problemlerin karmaşıklığı bir ülkeden diğerine büyük ölçüde değişse de, ilkökul çocuklarının basit sözel problemleri anaokulunda ve ilkökulda çözmeye başlaması beklenmektedir. Bu tür problemleri çözmedeki zorluğun birincil kaynağı problem türü (örneğin, iki çokluğu karşılaştırmaya karşı bir çokluğun değerini değiştirme) ve sözel temsilleri matematiksel temsillere dönüştürme ve entegre etmedir. Ortaokulda, bu problemlerin zorluğu büyük ölçüde artmaktadır ve genel olarak birden fazla basamaklı problemleri içermektedir ve bu nedenle iki veya daha fazla sözel temsilin dönüştürülmesi ve entegre edilmesi gerekmektedir. Yeterli alıştırma olmaksızın, sözel problemleri çözmeye ilişkin dönüştürme ve entegre aşamaları, hatta lise öğrencileri için, hataların yaygın bir kaynağı olarak kalmaktadır.

Kaynak: Geary, D.C., Frensch, P.A., and Wiley, J.G. (2000), "From infancy to adulthood: The development of numerical abilities", *European child and adolescent psychiatry*, Vol. 9/2, S11-S16, <https://web.missouri.edu/~gearyd/ECAPsychiatry.pdf>.

Yetişkinler

Çocuklara ve ergenlere kıyasla, yetişkinlerdeki temel sayısal beceriler kapsamlı bir biçimde çalışılmamıştır (bkz. Geary ve diğ., 2000). Yetişkinlerin sayısal becerilerdeki yeterliliğinin, bu becerilerin ilkokulda ve ortaokulda ne ölçüde başarılı olduğu tarafından en iyi şekilde tahmin edildiği belirtilmiştir (Bahrack HP, 1991). Örneğin, temel matematik becerilerindeki bireysel farklılıklar kontrol altına alındığında, ortaokuldaki cebirsel beceriler ile ilgili alıştırmanın frekansının ve dağılımının, orta yaştaki ve daha büyük yaşlardaki cebir becerilerinin en iyi tahminçisi olduğu bulunmuştur (Bahrack HP, 1991).

Strateji kullanımı bakımından yetişkinlerin genel olarak aritmetik problemlerini otomatik olarak hesaplayabilmeleri beklenmektedir; yetişkinler geri getirme stratejilerini ve parmak saymayı gerektiren parmaklarının kapalı aktivasyonunu içerecek şekilde (Sato, 2007), geri getirme stratejisi olmayan çeşitli stratejileri kullanmaya devam ederler (Campbell ve Epp, 2004; Campbell ve Timm, 2000; Campbell ve Xue, 2001; Geary, Frensch ve Wiley, 1993; Kirk ve Ashcraft, 2001; Siegler ve Shrager, 1984). Diğer hesaplama stratejileri ile karşılaştırıldığında, geri getirme oranı içerilen işlemlere bağlı olarak çeşitlilik göstermektedir (Campbell ve Alberts, 2009). Örneğin, yetişkinlerin çıkarma ve bölme yaparken sayma gibi diğer stratejilere bağlı kalması yaygınken, çarpma ve küçük toplama işlemleri için geri getirme en sık kullanılan stratejidir (Strateji Kullanımı ile ilgili kısma bakınız). Eğitim ile yetişkinlerin aritmetik problemleri çözmesinin daha az zaman alması ve daha doğru cevaplar vermeleri (Bknz. Matematik Öğrenme), performansın formal eğitimin ötesindeki yaşlarda bile geliştirilebileceği izlenimini uyandırmaktadır.

Aktivasyon Örüntüsündeki Gelişimsel Değişim

Basamaklar gibi sayısal sembolleri içeren görevler süresince çocuklar yetişkinlere göre prefrontal alanlara daha çok güvenmektedir (Ansari, 2008; Kaufmann ve diğ., 2006; Kucian ve diğ., 2008). Çocuklar büyüdükçe belirgin parietal ağlar, sayısal işleme için bilateral IPS'de ve sol temporo-parietal kortekste biçimlenmeye başlamaktadır; yaştan bir fonksiyonu olarak, basit toplama (e.g. $4+2=6$?) ve çıkarma (e.g. $4-2=3$?) eşitliklerini doğrulamaları istenen çocuklarda ve yetişkinlerde sol supramarginal girus ve anterior IPS ve sol lateral temporo-okspital kortekste beyin aktivitesinde bir artış rapor edilmiştir (Kawashima ve diğ., 2004). Bu yerel artış frontal beyin alanlarındaki, bazal ganglia ve talamus gibi subkortikal yapılarındaki, beyin sapındaki ve sol medial temporal lobdaki aktivasyonda görülen düşüş eşliğindedir ki bu durum aritmetik prosedürlerin daha otomatize olabileceğini akla getirmektedir.

Benzer şekilde, 8-19 yaşındaki katılımcılar ile gerçekleştirilen kesitsel bir çalışmada, Rivera ve diğ., (2005) hesaplama görevleri süresince, bahsedilen benzer beyin alanlarının pek çoğunun aktivasyonunda yaş ile ilgili değişiklikler olduğunu belirtmiştir. Bu durum, frontal korteksin, hipokampusun ve bazal gangliyanın bilateral alanlarındaki azalma ile birlikte, sol inferior prefrontal korteksin (sol supramarginal girus), ve sol lateral temporo-okspital korteksin dahil olmasındaki artışı içermiştir (Rivera ve diğ., 2005). Frontal alanlara olan güvendedeki azalmanın, gelişme ile bilişsel kontrol, dikkat ve işleyen bellek süreçlerine azalan güven tarafından karakterize edilen bir değişim, otomatikleştirmeyi yansıttığı belirtilmiştir. Diğer taraftan, hipokampüse olan güvendedeki azalma, aritmetik kuralların uzun süreli bellekte artan sağlamlaştırmasının bir sonucu olabilir (Rivera ve diğ., 2005; ayrıca bkz. Menon, basımda).

Bu fronto-parietal-değişim, kontrollü yönetici işlemeye başlıca güvenden daha görev-odaklı süreçlere doğru bir değişim, öğrenme süreçlerinin daha genel bir gelişimi olarak da değerlendirilmiştir (Matematik Öğrenme ile ilgili bölüme bakınız). Örneğin, Delazer ve diğ. (2005), aritmetik işlemlerin iki yeni türünü gerçekleştirmeleri için yetişkinleri eğitmiştir. Biri ezberci öğrenme ile öğrenilmekte, alıştırma durumu, ve diğeri ise strateji kullanımı yoluyla öğrenilmektedir. İlk öğrenme sürecinden sonra strateji durumundaki katılımcılar, superior parietal korteksin orta alanı olan prekuneusu içeren bilateral oksipito-parietal alanı içerecek şekilde daha büyük ağ aktivasyonu gösterirken, alıştırma durumundaki katılımcılar angular girusta güçlü bir aktivasyon sergilemişlerdir.

Genel bilişsel alanlardaki azalan aktivasyonun ve sayı ile ilişkili alanlardaki daha merkezi aktivasyonun, bilişsel kontrol (örneğin S. Durston ve diğ., 2006; Schlaggar ve diğ., 2002) veya yüz işleme (K. Cohen Kadosh ve Johnson, 2007) gibi diğer alanlardaki gelişime oldukça benzer olduğunu belirtmek önemlidir. Bu durum bilişsel gelişimin ilişki nöral sistemlerin hassas ayarı vasıtasıyla gerçekleştirildiğini belirtmektedir (tartışma için, bkz. S. Durston ve Casey, 2006).

Frontalden parietal aktivasyonlara doğru gelişimsel değişim, sembolik ve sembolik olmayan karşılaştırma görevleri gibi temel sayısal görevler (Ansari ve Dhital, 2006) ve olağandışı çoklukların yetişkinlerde bilateral IPS'yi, fakat 4 yaşındaki çocuklarda sadece sağ IPS'yi aktive ettiği, çokluklar ile ilgili bir fMRI uyum görevi süresince de gözlemlenmiştir (Cantlon ve diğ., 2006). Bu durum, o yaştaki çocukların çoklukların daha artırılmış nöral bir temsili henüz geliştirdiğini belirtmektedir. Sonuç olarak, IPS aktivasyonun çocukluktan yetişkinliğe doğru gelişimi ve düzeltilmesi, gelişim boyunca sayısal işleme için artan bir fonksiyonel uzmanlaşma bulunduğunu belirtmektedir.

Yaşlılar

Genç yetişkinler ile karşılaştırıldığında, daha yaşlı bireylerin karmaşık aritmetik problemleri çözerken, farklı stratejileri edindiği ve onları farklı şekillerde kullandıkları belirtilmiştir (Lemaire ve Arnaud, 2008). Yaşlı bireyler strateji kullanımında azalmış esneklik gösterirler ve farklı problemler için benzer stratejiye güvenme eğilimi gösterirler. Yaşlılar ve daha genç popülasyon arasındaki beyin aktivitesi de ayrıca farklılık göstermektedir; bir elektroensefalogram (EEG) çalışması karmaşık aritmetik görevi süresince, yaşlı beyindeki her iki hemisferin de genç yetişkin beyindeki hemisferlere göre daha simetrik çalıştığını göstermiştir (El Yagoubi, Lemaire ve Besson, 2003).

Strateji kullanımında yaşla ilişkili bu değişimlerin ve sonuç olarak ortaya çıkan daha zayıf performansın olası bir sebebi, diğer üst düzey bilişsel fonksiyonlar ile birlikte, hafızadan geri getirmedeki ve işleme hızındaki yaşla ilgili düşüşler olabilir (Sasson, 2012). Yaşlı bireyler problemler ve çözümler arasındaki ilişkileri öğrenme kapasitesi göstermişlerdir, fakat genç yetişkinlere göre daha yavaş bir edinim sergilemektedirler.

Daha yaşlı bireyler hafızadan geri getirmeye dayalı stratejilerin ediniminde daha yavaşlar ve hafızaları ile ilgili düşük güven sergilemektedirler (Touron, 2004). Bu yüzden, geri getirmeye dayalı stratejileri daha az kullanma eğiliminde olabilirler. Diğer bilişsel fonksiyonlardaki azalma, daha zayıf performans için ayrıca bir sebep olabilir; bu işleyen belleği, görsel, fakat sözel değil, görev materyalini ve yeni materyalleri öğrenmede daha büyük zorluğu içermektedir (Jenkins, 2000). Nörolojik kanıt bilişsel fonksiyonlardaki düşüşün davranışsal kanıtını desteklemektedir; örneğin, frontal ve temporal beyin alanları gibi hafızaya dayalı beyin alanları yaşlanma ile ilişkili düşüşe uğramaktadır (Sasson, 2012). Buna ek olarak, yaşlılar arasında öğrenme için daha düşük kapasite, daha yavaş bilgi ve cevap işleme ile sonuçlanabilen, beyin alanları arasındaki beyaz maddenin azalan etkililiğinden de kaynaklanıyor olabilir (Kerchner, 2012). Fakat bu tür anatomik ve fonksiyonel değişikliklerin bilişsel azalmanın bir sonucu veya nedensel faktörlerin kendisi olup olmadığı belirgin değildir.

Matematik Öğrenme

Bu bölümde öğrenme bağlamında en yaygın araştırılan alanlardan biri olduğu için matematik terimi altındaki aritmetik üzerine odaklanarak çalışmaları birlikte gözden geçiriyoruz. Önemli olduğu halde sınırlı sayıda olan ve araştırma yöntemleri tutarsız olan geometrik ve cebirsel akıl yürütme üzerine olan çalışmaları gözden geçirmeyi tercih etmedik.

Çalışmalar, aritmetik uzmanlığın kazanılmasıyla birlikte yavaş, zahmetli ve hataya meyilli süreçlerden marifetli, hızlı ve doğrudan hafızadan geri çağırmaya doğru bir değişimin olduğunu göstermektedir (örneğin, J. R. Anderson, Fincham ve Douglass, 1999; Logan, 1988; Rickard, 2004). Bu çalışmalar hem kompleks (Delazer ve diğ., 2003; Grabner ve diğ., 2009) hem de basit (Núñez-Peña, 2006; Pauli ve diğ., 1994) aritmetiğin z

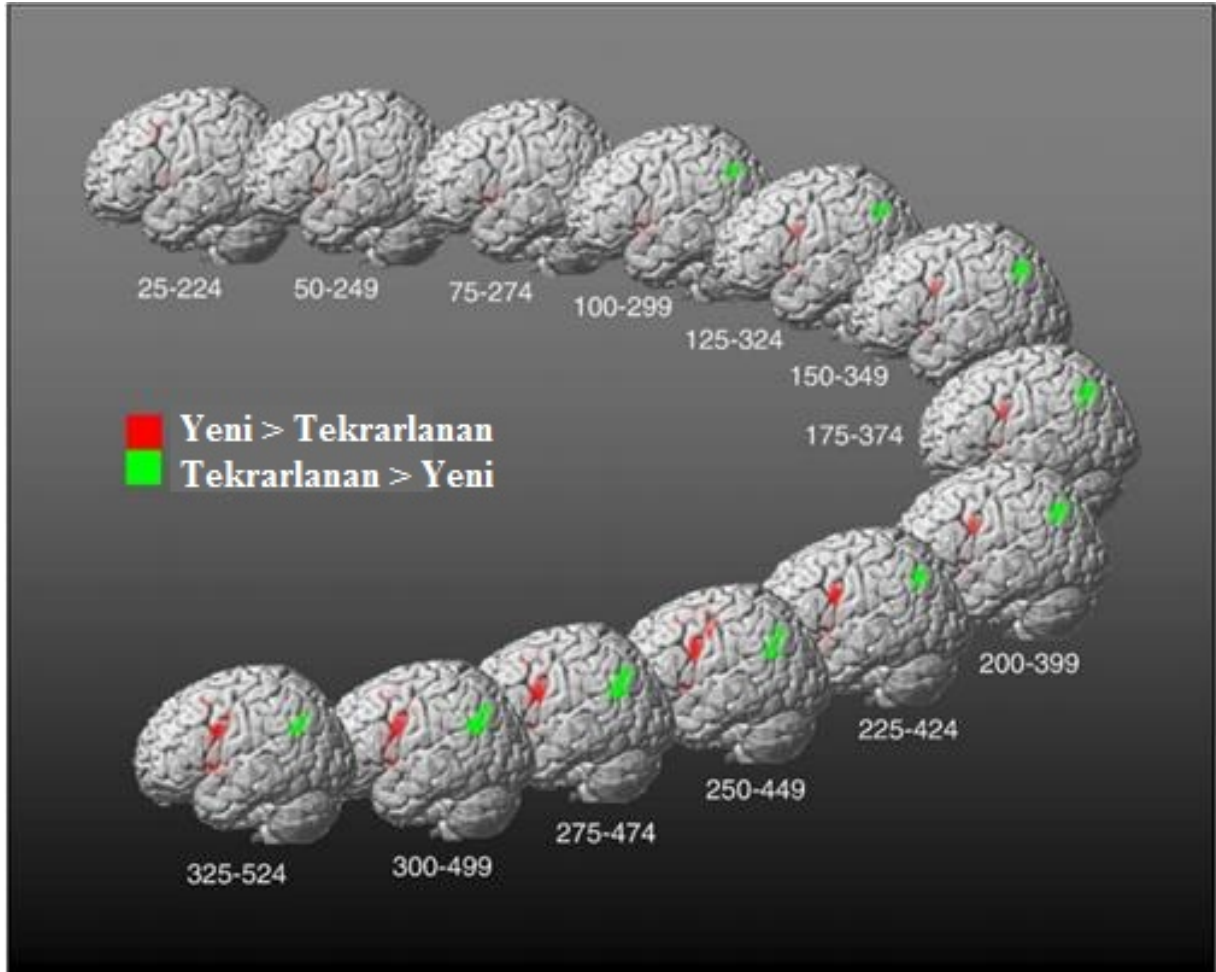
öğrenilmesini açıklamakta ve yoğun aritmetik eğitiminin beyin aktivasyon seviyelerinde önemli değişikliklere yol açtığını göstermektedir (Delazer ve diğ., 2003; Grabner ve diğ., 2009; Ischebeck, Schockeand ve Delazer, 2009; Ischebeck ve diğ., 2007; Ischebeck ve diğ., 2006; Pauli ve diğ., 1994). Örneğin, Delazer ve diğ. (2003), kompleks çarpma problemleri (e.g. $23 \times 8 = ?$) üzerinde beş günden fazla eğitilen genç yetişkinlerin, eğitim sonrasında, eğitildikleri problemlerde yeni problemlere göre daha yüksek yeterlik gösterdiklerini göstermiştir. Eğitildikleri problemlerle karşılaştırıldığında, eğitim almadıkları problemleri çözmenin, hafızadan geri çağırmadan ziyade hesaplama algoritmaları ve nicelikleri manipüle etmeyle ilişkili beyin bölgeleri olan sol IPS, inferiorparietal lob ve inferiorfrontalgirusu önemli ölçüde aktive etmişlerdir (Delazer vd., 2003). Aksine eğitim aldıkları problemleri çözmek, hafızadan geri çağırma ile ilişkili alan olan sol angular girusa daha güçlü bir aktivasyona yol açmıştır. Diğer çalışmalarda ortaya çıkan sonuçlara benzer olarak (Delazer ve diğ., 2005; Ischebeck ve diğ., 2007; Pauli ve diğ., 1994) problemlerin tekrarının, doğru çözümün hafızadan geri çağırmaı güçlendirdiğini ileri sürmektedir ki bu nicelik tabanlı süreçleri azaltır ve bu yüzden işleyen bellek, gözlem ve dikkat talepleri frontal bölgeler tarafından sürdürülür. Bu görüş, öğrenmenin genel amaç süreçlerinden, özele göre süreçlerine eğilimli olduğunu gözlemleyen Poldrack (2000) ile aynı doğrultudadır.

Farklı öğrenme yöntemleri, farklı içerik, öğrenme süresi ve ilgili işlemler arasında transferler dikkate olarak öğrenmenin etkileri çalışılmıştır ((Zamarian ve Delazer, baskıda). Farklı öğrenme yöntemleri üzerine yapılan çalışmalar, hem alıştırma (temel kurallar ve prosedürler gibi ezberlemeye vurgu yapma anlamında-Cowan, 2003) hem de stratejinin (temel kavramları ve aritmetik işlemleri öğrenmeyi sağlayan yaklaşımları anlama üzerine yoğunlaşma anlamında) maharet gerektiren performans ve aritmetik problemleri çözerken hafızadan geri çağırmanın (hatırlamanın) otomatikleşmesine(Zamarian ve Delazer, baskıda) öncülük ettiğini göstermiştir. Delazer ve diğ. (2005) beyin aktivasyon örüntülerinde yansıtılan bu metotlar arasındaki farklılıkları göstermiştir; strateji üzerine eğitmeyi amaçlayan problemlerle karşılaştırıldığında, alıştırma üzerine eğitmeyi amaçlayan problemler, nispeten daha büyük sol angular girus aktivasyona yol açmıştır ve geri çağırma metotlarının daha baskın olarak, strateji öğrenmekten ziyade alıştırmaya dayalı öğrenmede kullanıldığını desteklemektedir (Delazer ve diğ., 2005).

Ischebeck ve diğ.,(2006) öğrenme içeriğine dayalı eğitim etkileri farklılıklarına ilişkin olarak, beyinde benzer etkilere neden olmayan kompleks çarpma ve kompleks çıkarma olan iki farklı aritmetik işlemin karşılaştırılabilir olduğunu göstermiştir. Çarpma problemleri üzerindeki eğitimden sonra, eğitim yapılmayan çarpma problemleri ile karşılaştırıldığında daha güçlü bir sol AG aktivasyonu vardır. Ancak eğitim alınmış ve alınmamış çıkarma problemleri arasında sol angular girusa anlamlı bir aktivasyon farklılığı görülmemiştir. İşlemler arasındaki bu farklılık, problemlerle sıklıkla karşılaşıldığında, kompleks çarpma işleminin direkt hafızadan geri çağırma vasıtasıyla daha etkili biçimde çözülebilirken, aşına olunan çıkarma problemlerinde bile hızlı ve temel işlemler yapılmaya devam edilmiştir.

Çalışmalar, öğrenme etkisinin erken eğitim sırasında, beyin aktivasyonları aracılığıyla gözlenebileceğini rapor etmiştir. Örneğin, Ischebeck ve diğ. (2007) yalnızca sekiz problem tekrarından sonra, zaten fronto-parietal aktivasyonda anlamlı bir düşüş ve sol angular girusu içeren temporo-parietal aktivasyonda anlamlı bir artış olduğunu göstermiştir. Bu etkiler tarama süreci boyunca sabittir ve daha uzun eğitim periyodunu içeren önceki çalışmalarda gözlenen örüntülerle karşılaştırılabilir (Delazer ve diğ., 2003; Delazer ve diğ., 2005; Ischebeck ve diğ., 2006).

Şekil 3.Eğitim süresi boyunca uygulama nedeniyle değişiklikleri yansıtan beyin aktivasyon örüntüleri



Not: Eğitimin etkileri (yeşil: tekrarlanan> yeni; kırmızı: yeni > tekrarlanan) 100-299 tarama zaman penceresi için önemli bir başlangıç olmaktadır. Yeni problemlerle karşılaştırıldığında tekrarlanan problemler için angular girusta (yeşille gösterilen) artan bir iyileşme vardır. Sol orta frontal girus (kırmızı ile gösterilen) alanındaki aktivasyon, eğitimin bir fonksiyonu olarak tekrar edilen problemlerle karşılaştırıldığında yeni problemlerde artmıştır. Sonuçlar, öğrenmenin erken aşamalarında değişikliğe maruz kalan zihinsel aritmetiğin nöral ilişkilerini ortaya koymaktadır.

Kaynak: Ischebeck et al. (2007), "Imaging early practice effects in arithmetic", *NeuroImage*, Vol. 47, <http://dx.doi.org/10.1016/j.neuroimage.2007.03.051>.

Bu arada, ilgili işlemler arasındaki edinilen bilginin transfer edilebilirliği çalışılmıştır. Örneğin, Ischebeck ve diğ. (2009) çarpma işlemleri üzerindeki yoğun eğitimden sonra sol angular girustaki daha yoğun olan aktivasyonun, önceki eğitim alınmış çarpma problemleri ile ilgili olan bölme problemleriyle ilişkili olduğunu göstermişlerdir. Bu aktivasyon örüntüleri aynı zamanda, onların davranışsal bulgularında gözlenen transfer etkisi derecesiyle de pozitif olarak ilişkilidir. Bu veriler, ilk eğitim aracılığıyla elde edilen çarpma bilgisinin, eğitim alınmamış ilgili bölme problemlerini çözerken uygulandığını ortaya koymaktadır..

Son zamanlarda, matematik öğrenme, transkraniyal elektrik stimülasyonu gibi müdahalesiz beyin uyarıcı teknikler kullanılarak çalışılmıştır. Snowball ve diğ. (2013)'nin son zamanlardaki bulguları, öğrenme rejimine bağlı olarak beyin uyarıcılarının bilişsel ve beyin fonksiyonlarının uzun süreli gelişimine teşvik edebileceğini göstermiştir (Transkraniyal Elektrik Uyarım bölümüne bakınız). Bu çalışmada, (alıştırmanın veya yüzeysel öğrenmenin değil strateji veya derin öğrenmenin gerçekleştiği) hesaplamalar sırasında tRNS, uzun süreli (en az altı aylık ve yeni, eğitilmemiş materyallere genelleyecek şekilde) davranışsal ve psikolojik ilerleme gösterdi.

Özel Popülasyonlar

Şimdiye kadar, başlıca sağlıklı popülasyonları temel alan bulguları inceledik. Bu bölümde, atipik gelişim ve bilişe sahip çeşitli popülasyonların zihinsel özelliklerini anlatacağız.

Akalkuli (Matematiğe Yatkın Olmama)

Akalkuli, matematiksel görevleri gerçekleştirme yeteneğinde sonradan edinilen bir bozukluktur. Heterojen bir hastalıktır ve kendini farklı şekillerde gösterebilir, örneğin, hastalar sayı işleme veya hesaplama yapmada veya her ikisinde de bozukluklar sergileyebilir. Akalkuli, gelişimsel diskalkuliden (aşağıdaki bölüme bakınız) farklıdır, çünkü akalkuli genellikle inme veya nörodejeneratif bir hastalık gibi nörolojik durumların neden olduğu beyinsel hasarın bir sonucu (örn. Carlomagno, 1999; Girelli ve diğ., 1999), gelişimsel diskalkuli özel bir gelişimsel durumdur.

Sol hemisferde hasar bulunan hastalarda akalkulinin yaygınlık oranının, %16 ila %33 arasında olduğu tahmin edilmektedir, bu oran başlangıç düzeyinde Alzhemier hastalığı olanlar arasında ise yaklaşık % 90'dır (Carlomagno, 1999; Girelli ve diğ., 1999; Humphreys vd., 2012; Mantovan ve diğ., 1999). Lezyon çalışmalarında elde edilen bulgular şunları göstermektedir:

- (a) Sayısal bilişin ana merkezi olan yan loblarda oluşan hasar, muhakkak sayı bozukluklarına yol açmaz. Sol yan loblarında lezyon bulunan pek çok hasta, temel sayısal kavramlarına dair anlayışlarını koruduklarını göstermişlerdir (örn. Cappelletti ve Cipolotti, 2006; Cohen ve diğ., 2007), bunun nedeni de muhtemelen beyinlerindeki diğer bölgelerdeki dengeleyici mekanizmaların devreye girmesidir (örn. Cappelletti, Freeman ve Cipolotti, 2009a);
- (b) Diğer beyin bölgelerinde oluşan hasar da sayı bozukluklarına neden olabilir. Örneğin, (i) frontal ve temporal loblarda oluşan hasarın, hesaplama becerilerinde (örn. Basso, 2009) ve bazen de işleme miktarında (örn. Delazer ve Butterworth, 1997) bozukluklara yol açtığı bildirilmiştir. (ii) subkortikal alanlarda meydana gelen hasar, sayı işleme yeteneğinin, aritmetik bilginin çıkarılmasının ve kavramsal bilginin bozulmasına neden olabilir (örn. Delazer ve Benke, 1997; Delazer ve diğ., 2004), (iii) sayısal sembol ve kelime tanıma sırasında genellikle kullanılan alanlar olan (Dehaene ve Cohen, 1997) posterior alanlarda meydana gelen lezyonlar, daha güç algılanan sayı bozukluklarına neden olmuştur; buna, yazılı kelime tanıma yeteneği ileri derecede bozulmuş olan ve görsel olarak sunulan sayılarla ilgili doğru ama yavaş anlamsal kararlar alabilen bir hasta örneği verilebilir (Cappelletti, Muggleton ve Walsh, 2009b).

Akalkulik hastalarla ilgili yapılan çalışmalar, çeşitli yeteneklerde farklı bozuklukların bulunmasından yola çıkarak, sayı işleme ve hesaplamanın bağımsızlığını ve çok bileşenli doğasını ortaya çıkarmıştır. Bu yetenekler: yazılı aritmetik sembollerin kavranması (örn. Ferro, 1980; Laiacina, 1997), aritmetiksel bilginin çıkarılması (örn. Dehaene ve Cohen, 1991), hesaplama işlemleri (örn. Ardila ve Rosselli, 1994) veya aritmetik kavramsal bilgi (örn. Warrington, 1982). Bu bulgular, belirli bir sayı yeteneği ile beynin belirli bir alanı arasında birebir ilişkinin olmadığı gerçeğinin altını çizmektedir (bknz. Cappelletti, basımdaçünkü farklı alanlardaki lezyonlar, benzer bozukluklara neden olabilir ya da aynı alandaki lezyonlar farklı sonuçlara yol açabilir).

Gelişimsel Diskalkuli

Gelişimsel diskalkuli (DD), normal bir şekilde gelişim gösterecek olan bireylerde aritmetiğin öğrenilmesi veya anlaşılmasında yaşanan belirli bir zorluk ile nitelendirilen bir durumdur. Bu durum, nüfusun yaklaşık %3,5 ila %6,5'ünü etkilemektedir (von Aster ve Shalev, 2007). Her ne kadar DD, disleksi kadar iyi bilinmese de, sayısal alanda yetkin olmamanın fonksiyonel okuryazar olmama durumuna kıyasla bireyin hayattaki başarılarında daha ciddi bir etkisi olduğunu ileri sürülmektedir (S. Parsons ve Bynner, 2005).

Gelişimsel diskalkuli yaşayan bireyler, genellikle, az sayıdaki nesnelerden oluşan bir grupta kaç nesne bulunduğunu hemen anlamada zorluk yaşarlar, sayıların büyüklüğünü anlamada yetersiz kalırlar, aritmetik problemlerin çözümünde gelişmemiş stratejiler kullanırlar ve aritmetik bilgiyi çıkarmada güçlük çekerler (Landerl, Bevan ve Butterworth, 2004; Rousselle ve Noel, 2007). Aritmetik bir problem için doğru çözümü bulmalarına rağmen, DD'den muzdarip olan kişilerin bunu kendilerine güvensiz ve mekanik bir şekilde yapıyor olmaları yaygın bir durumdur (DFES, 2001).

Gelişimsel diskalkuli vakalarında basit sayısal işlemede tutarlı bir şekilde eksiklikler bulunmasına rağmen, bu duruma neden olan şey tam olarak anlaşılamamıştır. Gelişimsel diskalkulinin sınıflandırılmasında ve tanımlanmasında zorluk yaşanmasının başlıca iki sebebi bulunmaktadır: Genellikle her bireyde farklı şekillerde ortaya çıkan dikkat eksikliği hiperaktivite bozukluğu (ADHD) ve disleksi gibi diğer durumlarla eş zamanlı olarak yaşanması ve atipik sinir bağlantısı gibi biyolojik, kısa süreli hafıza gibi bilişsel ve anksiyete gibi psikolojik olmak üzere farklı ve/veya birden çok seviyede oluşabilen ve karışıklığa neden olan çok sayıda unsurun bulunması.

Gelişimsel diskalkuliden muzdarip bireylerde gözlemlenen davranışları açıklamak üzere başlıca iki hipotez öne sürülmüştür: Hasarlı sayı modülü hipotezi (Butterworth, 2005) ve erişim eksikliği hipotezi (Rousselle ve Noel, 2007). Hasarlı sayı modülü hipotezine göre, gelişimsel diskalkuliden muzdarip bireylerin, genel olarak sayısal büyüklüğü anlamada ve işlemede doğuştan gelen ve son derece belirli bir eksikliği vardır. Bunun aksine, isminden de anlaşılacağı üzere erişim eksikliği hipotezi, gelişimsel diskalkuliden muzdarip bireylerin, sayısal anlama erişimde, yani semboller aracılığıyla nicelik bulmada, noksanlıklar yaşadıklarını ileri sürmektedir.

Öte yandan, daha yakın zamanda yapılan beyin görüntüleme çalışmaları, gelişimsel diskalkuliden muzdarip çocukların beyinlerinde eksik lif yayılımı olduğunu göstermiştir, bu eksiklikler yan, temporal ve frontal alanlar arasındaki bağlantıyı da kapsamaktadır; bu da, gelişimsel diskalkulinin bir bağlantısızlık sendromundan kaynaklanabileceğini savunan yeni bir hipotezi ortaya çıkarmaktadır (K. Kucian ve diğ., 2013; Rykhlevskaia ve diğ., 2009). Bu alanların fonksiyonları düşünüldüğünde, bu bulgular, diskalkulinin tanı ve müdahalesinde, yönetimsel fonksiyonları, inhibitör kontrolü, dikkat kayması, güncelleme ve kısa süreli hafıza gibi alana özgü fonksiyonların (bkzn. Diğer Bilişsel Alanların İlgisi hakkında bölüm) dikkate alınmasının ne kadar önemli olduğunu altını çizmektedir.

Gerstmann Sendromu

Bu incelemede daha önce de anlatıldığı üzere, Gerstmann Sendromu, parmak agnozisi, akalkuli, sol-sağ ayırım bozukluğu ve yazma yeteneğinin kaybı anlamına gelen agrafi olarak bilinen dört semptomun birleşimiyle nitelendirilen karmaşık bir hastalıktır (Gerstmann, 1940). Yıllar içerisinde, bunun bölünmeyen tek bir sendrom olduğuna dair öne sürülen iddialar, eleştirilmiş ve sorgulanmıştır (bkzn. Rusconi ve diğ., 2010). Yalnızca Gerstmann sendromundan muzdarip olan hastaların çok nadiren bulunması ve semptomların kümelenmesini nitelendirilmesinde yaşanan zorluklar, bu hastalığın tanımını, teorik değerini, klinik yaygınlığını ve tanısal ilgililiğinin tartışılmasına neden olmaktadır (Benton, 1991).

İlk önceleri, bu hastalığın, gözlemlenen dört bozukluğu birbirine bağlayan tek, spekülatif bilişsel bir fonksiyona hizmet ettiği düşünülen bir alanın, yani sol anguler girusta meydana gelen hasarın bir sonucu olduğu düşünülüyordu (bkzn. Rusconi ve diğ., 2010). Şu anda ise, genellikle, bu hastalığın, baskın olan yarıkürede bulunan alt yan lob/üst temporal alanlarda meydana gelen hasarla ilgili olduğu düşünülmektedir. Bunun yanı sıra, bu hastalığın, bazı diğer yaygın fonksiyonel özelliklerde oluşan hasardan da kaynaklanabileceği ileri sürülmüştür (bkzn. Kleinschmidt, 2011).

Kavramsal tutarsızlıkların yanı sıra, bu hastalığa ilişkin nörofonksiyonel kanıt da bulunmamaktadır. Ancak, yakın zamanda, Kleinshmidt ve Rusconi (2011), fonksiyonel ve lif izleme tekniği ile, sol yan beyin dokusunda bu hastalıkla ilişkilendirilen belirli sendromlara neden olabilecek bir fokal lezyon tespit etmiştir. Böyle bir lezyonun, yalnızca tek bir lif yolunu değil farklı lif yollarının geçişini veya çakışmasını da etkilediği öne sürülmüştür ki bu etki de kortikal ağlarda bağlantı kopukluklarına ve dolayısıyla davranışsal eksikliklere neden olmaktadır.

Bu bulgu, Gerstmann sendromunun bir bağlantısızlık sendromu olarak kabul edilebileceğini ileri sürmektedir (ayrıca bkzn. Mayer ve diğ., 1999). Bu ipuçlarının Gerstmann sendromunun nörolojik temelinde araştırılmasıyla, semptomlarından biri olan akalkuliyi açıklığa kavuşturabilir ve böylelikle de normal sayısal biliş için hayati öneme sahip olan bağlantılara ışık tutulabilir.

Parmak Agnozisi

Parmak agnozisi, kişinin kendi parmaklarına, başkalarına ait parmakları veya parmak çizimlerine ve diğer gösterimlerini ayırt etme, adlandırma ve tanıma yeteneğinin bozukluğudur (Ardila, Concha ve Rosselli, 2000). Parmak agnozisinden muzdarip kişiler, genellikle, isteyerek ya da taklit yoluyla parmaklarını ayrı ayrı hareket ettirmede zorluk çekerler. Bu durum, Gerstmann sendromunun dört semptomundan biri olarak ortaya çıkmaktadır, ancak diğer hastalıklar olmadan da tek başına oluşabilir (Sala, 1994). Sol anguler girustaki ve posterior yan alanlardaki lezyonlar, bu duruma neden olabilir (Ardila vd., 2000; Sala, 1994).

Sayı saymada kullanılan stratejilerden biri de, kişinin parmaklarını kullanmasını içerdiği için, matematikte yaşanan zorlukların parmak agnozisi ile ilişkilendirilebileceği öne sürülmüştür (bkzn. Seron, 2012). Sağlıklı yetişkinlerin intraparyetal sulkus, supramarginal girus, ikili anguler girus ve posterior yan alanlarında transkraniyal manyetik uyarımın tekrarlı bir şekilde oluşması, parmakların adlandırılması, tanınması ve ayırt edilmesinde meydana gelen bozukluk ile nitelendirilen “edimsel” parmak agnozisini başlatabilir (Rusconi, Walsh ve Butterworth, 2005). Yan loblar uyarıldığında, bu edimsel bozukluk, akalkulik davranış ile ilişkilendirilmiştir. Yazarlar, parmak agnozisinin ve akalkulinin temelini oluşturan beyin alanlarının birbirlerine yakın ama farklı konumlandığı sonucuna varmıştır.

Matematik Kaygısı

Matematikte yetkinlik, yalnızca bilişsel yeteneklere değil, aynı zamanda duygusal faktörlere ve davranışlara da bağlıdır (Dowker, Bennett ve Smith, 2012; Maloney ve Beilock, 2012). Araştırmalar, duygusal faktörlerin matematik performansını büyük oranda etkilediğini ve özellikle de matematik anksiyetesi bulunanların etkilendiğini göstermiştir (Baloglu, 2006; Miller, 2004).

Genellikle, matematik anksiyetesi olan bireyler, sayısal bilgi içeren bir problemle karşılaştıklarında paniklerler. Bu durum, yalnızca matematik kitaplarındaki sorular değil, aynı zamanda hesap ödeme ve/veya saati söyleme gibi günlük faaliyetler için de geçerlidir. Bu tür faaliyetler, durum ve durumun yaratacağı sonuçlarla ilgili endişe uyandırır. Bu nedenle, matematik anksiyetesi olan kişilerin matematikle ilgili faaliyetlerden kaçınma eğiliminde olması hiç de şaşırtıcı değildir ki bu durum da kişilerin pratik yapmamasına ve performanslarının düşmesine neden olur (Ashcraft, 2002). Öz güven eksikliği ve matematikle ilgili durumlarda gösterecekleri performansa dair duyulan endişeler, strese neden olur ve böylelikle kısa süreli hafıza gibi bilişsel kaynakları tehlikeye atar (Beilock, 2010). Matematik anksiyetesinin, kişinin tekrar tekrar başarısızlık göstermesi ve temel sayısal yetkinliğin ve mesafe, şekil, sıra ve iki ile üç boyutlu boşluğu içeren ilişkiler hakkında ve bu tür bilgilerin aktarılması hakkında akıl yürütme ve bunları açıklama yeteneği anlamına gelen mekansal yetkinliğin düşük olmasından da kaynaklanabilmesi mümkündür.

Öte yandan, matematik anksiyetesinin, matematik anksiyetesi yaşayan öğretmenlere maruz kalma gibi sosyal faktörlerden dolayı da ortaya çıkabileceği öne sürülmüştür. Bu durumlarda, matematiği anlamada ilk zorlukları yaşayan kişilerin, matematikle ilgili ortaya çıkan bu tür olumsuz bir sosyal etkiden etkilenmeleri daha olasıdır (Maloney ve Beilock, 2012). Ayrıca, sosyal kimliğin de bir etkisi bulunmaktadır: daha önce yapılan araştırmalara göre, yalnızca, “erkekler matematikte, kızlar sözelde iyidir” gibi kalıplaşmış bir algıyı benimseyen ve yüksek derecede matematik anksiyetesi olan kadın öğretmenlerin ilgilendiği kız öğrencilerin, böyle bir önyargı ve algıya sahip oldukları bulunmuştur (Beilock ve diğ., 2010). Bu bulguların hepsi, matematik öğreniminde etkinin katkısını ve önemini vurgulamaktadır.

Körlük

Geçtiğimiz son birkaç yıl içerisinde, körlük ve sayısal biliş üzerine yeni bir araştırma hattı oluşmuştur. Görme yetisinin, sayısal gösterim ve yeteneklerinin kazanılması için esas olduğuna dair benimsenen yaygın inanışın tersine (Burr ve Ross, 2008; Ross, 2010), körlük ve sayısal bilişle ilgili bulgular, görme yetisinin gerekli olmadığını işaret etmektedir (örn. Cattaneo, 2011b; Szűcs, 2005).

Szucs ve Csepe (2005), davranışsal düzeyde, doğuştan kör bireylerin, görme yetisi olan bireylerle kıyaslanabilir mesafe ve büyüklük etkileri gösterdiğini bulmuştur. Sinirsel düzeyde ise, aynı yazarlar elektroensefalografi kullanmış ve kör bireylerde sayısal temsil ve sayısal karşılaştırma içeren sinirsel devrelerin, görme yetisine sahip olan karşıtlarınıninkine benzer olduğu göstermiştir. İki grup arasındaki tek fark, sayısal karşılaştırma sürecinin ilk aşamasında tespit edilen mesafe etkisinin topografyası olmuştur. Yan etkileri içeren sonraki aşama, iki grupta da benzer geçmiştir. Görme yetisinden mahrum olma durumunun, “kısmi olarak normal bir sayı işleme ağının” gelişimine izin verdiği ileri sürülmüştür. Kör bireylerin, sayısal işleri yerine getirirken dikkat ve/veya kısa süreli hafıza gibi yüksek düzeyde bilişsel kaynaklar kullanan kompensatuar (dengeleyici) mekanizmalara bel bağlıyor olabilecekleri iddia edilmektedir (Salillas, 2009; Szűcs, 2005).

Cattaneo ve diğ. (2011), Szucs ve Csepe’nin (2005) davranışsal bulgularını tekrarlamış ve onlardan farklı olarak, ikiye ayırmayı içeren sayısal bir işlemde kör ve görme yetisine sahip bireylerin sayısal aralıkları ikiye ayırmada sola doğru olacak şekilde benzer bir eğilim gösterdiklerini bulmuştur. Bu bulgular, genellikle görme yetisine sahip bireylerde bulunan benzer mekânsal özelliklere sahip anlamsal sayısal gösterimin (yani, soldan sağa doğru ilerleyen “zihinsel sayı doğrusunun”) var olduğunu ileri sürmektedir.

Bu çalışmaların aksine, Crollen ve diğerlerinin (2011a) bulgularına göre, her ne kadar erken dönemde görme yetisinden mahrum olma durumu görme yetisine sahip bireylerdeki benzer özelliklere sahip sayısal gösterimin oluşmasını engellemese de, bireyin vücut pozisyonunu temel alarak boşluğa atıfta bulunma yeteneği, sayıları boşluğu eşleştirmede hayati öneme sahiptir; erken yaşta görme yetisini kaybeden katılımcılar, kör ve görme yetisine sahip katılımcıların aksine, ellerin çapraz bir şekle getirilmesinin karşılaştırıldığı bir faaliyette tam ters bir SNARC (yanıt kodlarının mekânsal-sayısal olarak ilişkisi) etkisi göstermiştir. Bu bulgu, SNARC etkisinin okuma alışkanlıklarından kaynaklandığı hipotezini desteklemektedir (Dehaene ve diğ., 1993; bkzn. Shaki ve Fischer, 2008).

Körlük üzerine daha yakın zamanda yapılan araştırmalar, şaşırtıcı bir şekilde, erken dönemde görme yetisinden mahrum kalma durumunun, sayısal yetenekler üzerinde olumlu bir etkisi olabileceğini ileri sürmektedir. Erken yaşta kör olma durumu, dikkat (Collignon, 2006) ve kısa süreli hafıza (Crollen ve diğ., 2011b; Salillas, 2009) gibi yüksek seviyede bilişsel kaynakları çalıştıran kompensatuar (dengeleyici) mekanizmaların gelişimine neden oluyor gibi görünmektedir ki bu kaynaklar da sayısal eşleştirme yetenekleri ile birleştiğinde, kör bireylerde görme yetisine sahip bireylere kıyasla daha iyi sayısal becerilerin oluşmasına katkı sağlamaktadır.

Düşük Doğum Ağırlıklı ve Prematüre Çocuklar

Son yıllarda yeni doğan yoğun bakımında yaşanan gelişmeler, oldukça erken doğan, yani 32 haftalık gebelik yaşından önce ve/veya çok düşük doğum ağırlığıyla (<1500 g) doğan çocukların yaşama oranını arttırmıştır. Bu çocukların, matematik öğreniminde daha fazla ve daha yüksek oranlarda zorluklar yaşadıkları gösterilmiş (örn. Grunau, Whitfield ve Davis, 2002; Taylor ve diğerleri., 1995), sürekli olarak matematik sınavlarında düşük puan aldıkları bildirilmiş ve matematik dersinde sınıf içi performanslarıyla ilgili olarak öğretmenlerinden daha düşük notlar almışlardır (Anderson ve Doyle, 2003; Botting, 1998; Hagen, 2006; Klebanov, 1994).

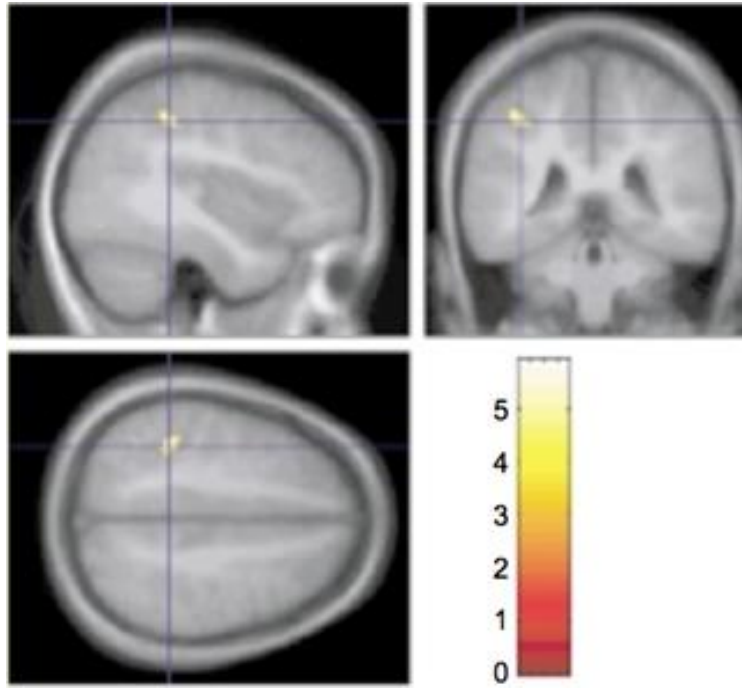
Düşük doğum ağırlığının derecesinin, matematikte yaşanan zorlukların boyutuyla ilişkili olabileceği öne sürülmüştür. Örneğin, Taylor ve diğ. (1995), <750 g doğum ağırlığıyla doğan çocukların, 750-1499 g arasında bir doğum ağırlığıyla doğan çocuklara kıyasla, uygulamalı problemlerde daha yüksek oranda öğrenme gücünü yitirdiğini bulmuştur.

Johnson ve Breslau (2000), matematik öğrenme zorluklarının oranının, ≤ 2500 g aralığı boyunca, düşük doğum ağırlığıyla beraber arttığını gösteren benzer bir durumla karşılaşmıştır.

Yeni doğan dönemindeki komplikasyonların ve doğum sonrası nörolojik bozuklukların da, matematik öğrenimindeki zorluklara katkı sağlayan faktörler olduğu bulunmuştur (Taylor ve diğ., 1998). Örneğin, intraventriküler kanamanın, kronik akciğer hastalığının, postnatal steroid tedavisinin, bağırsak enfeksiyonu ve iltihabı gibi nekrotizan enterokolitlerin ciddiyet durumu ve yenidoğanın hastanede yatış süresinin uzaması da matematik performansının düşük olmasıyla ilişkilendirilmiştir (Sherlock, 2005; Short, 2007; Taylor, Espy ve Anderson, 2009; Taylor ve diğ., 2006; B.R. Vohr ve diğ., 2003).

Isaacs ve diğerleri (2000) manyetik rezonans görüntüleme (MRI) kullanmışlar ve düşük doğum ağırlığıyla prematüre olarak doğan ergenlik dönemindeki bireylerin matematiksel işlemlerde seçici bozukluklar göstermelerinin yanı sıra bilateral hipokampal hacimlerinde bir azalma yaşadıklarını bulmuşlardır. Toplam intrakranial hacimde gruplar arasında bir farklılık bulunmamıştır ki bu durum da hipokampustaki yapısal farklılıkların, her ne kadar bu tür anormalliklerin davranışın bir sonucu olarak değil de davranış nedeniyle ortaya çıksa da, matematik öğreniminde gözlemlenen zorluklara neden olmuş olabileceğini öne sürmektedir. Başka bir çalışmada, Isaacs ve diğ. (2001), prematüre olarak doğan çocuklardaki beyin merkezinin yanında oluşan gri madde yoğunluğunda azalma olduğunu ortaya çıkarmış ve bu tür bir azalmanın, gebelik yaşı ve doğum ağırlığı gibi diğer değişkenler kontrol edildiği halde yine de, 15 yaş için, diğerlerine kıyasla daha düşük olan matematik performansı ile ilişkili olduğunu bulmuşlardır.

Şekil 4. Düşük doğum ağırlığı olan çocukların sol alt yan lobundaki gri maddenin azalmış durumu



Not: Çok düşük doğum ağırlığı olan çocuklarda boyut olarak ciddi oranda azalmış olan, sol alt yan lobta bulunan gri madde bölgesini gösteren görüntüleme verileri. Bu çocuklar ayrıca hesaplamada da zorluklar yaşamaktadırlar.

Kaynak: Isaacs et al. (2001), "Calculation difficulties in children of very low birth weight: A neural correlate", *Brain*, Vol. 124, <http://dx.doi.org/10.1093/brain/124.9.1701>.

Düşük doğum ağırlığıyla veya prematüre olarak doğan çocuklarda matematiksel zorlukların yaygınlığı konusunda cinsiyetler açısından bir farklılık olup olmadığına dair tutarlı bir bulgu henüz bulunamamıştır. İki ayrı çalışmada, O'Callaghan ve diğ. (1996) ve Johnson ve Breslau (2000), zorluklarla karşılaşma sıklığı,

kızlara kıyasla erkeklerde daha fazla olduğunu ortaya çıkarmışken, diğerleri (örn. Grunau, Whitfield ve Fay, 2004; Saigal, 2000; Taylor ve diğ., 2000) erkekler ve kızlar arasında anlamlı farklılıklar bulmamıştır.

Yaş ile birlikte aritmetik becerilerde yaşanan değişiklikler, düşük doğum ağırlığı olan çocuklarla ilgili yapılan iki farklı boylamsal çalışmayla kanıtlanmıştır. Saigal ve diğerleri (2000), kontrol grubuna kıyasla, sekiz yaşından ergenlik dönemine (12-16 yaş) kadar farklı yaşlardaki <750 g doğum ağırlığıyla doğan bir grup içerisinde WRAT-R'deki (Geniş Çaplı Başarı Testi) Aritmetik alt testinde elde edilen standart puanlarda daha fazla bir düşüş yaşandığını bulmuştur. Farklı çıktılara sahip çocuklardan oluşan bir örneklem kullanan (Aylward, 2005) Breslau ve diğerleri (2004) tarafından yapılan bir çalışmaya göre, yaşlara göre değişmeyen bir matematiksel zorluk bulunmaktadır.

Perinatal ve yeni doğan yönetimi uygulamalarındaki küçük farklılıklarından dolayı, prematüre olarak ve çok düşük doğum ağırlığıyla doğan çocuklardan elde edilecek sonuçların, dönemlere, gruplara ve bölgelere göre farklılık gösterebileceğini belirtmemiz önemlidir (Pinto - Martin, 2004; B. R. Vohr ve diğ., 2004). Örneklemelerin karşılaştırılabilir olmasın sağlamak için, kontrol gruplarının eşleştirilmesinde, ideal olarak sosyal çevre, sosyoekonomik durum, eğitimsel müdahale geçmişi, genetik geçmiş, ebeveynlik özellikleri, doğum öncesinde uyuşturucu ve alkole maruz bırakılma gibi faktörlerin kullanılması gerekmektedir (Taylor ve diğ., 2009). Bu önem arz etmektedir, çünkü örneğin, ev ortamının ve erken dönemdeki öğrenme deneyimlerinin, 10 yaşındaki çocuklar için sonraki matematik başarısının etkilediği bulunmuştur (Melhuish, 2008). Ayrıca, bu tür faktörler bazı çocukların, hatta düşük doğum ağırlığı ve/veya prematüre doğumu ciddi derecelerde olan çocukların bile, yüksek riskli doğumlarına rağmen akademik olarak neden ve nasıl iyi bir performans sergilediklerinin açıklanmasında yardımcı olabilir (Anderson ve Doyle, 2003). Plastisite derecesindeki bireysel farklılıklar veya akademik eğitimin etkililiği gibi hem biyolojik hem de çevresel faktörlerin katkısının araştırılması matematiksel becerilerin gelişiminin nasıl en iyi hale getirilebileceği ile ilgili bizi aydınlatabilir (Taylor ve diğ., 2009)

Özel popülasyonlardaki matematik yeteneklerine ilişkin yapılan araştırmaların yukarıda verilen özetlerinden de anlaşılacağı üzere, matematiksel bilişi etkileyen geniş çeşitlilikte faktör bulunmaktadır. Matematiksel yetenekteki farklılıklar üzerine günümüze kadar ulaşan literatürün büyük bir kısmı, çoğunlukla atipik ve tipik popülasyonların karşılaştırılmasına odaklansa da, daha yakın dönemde yapılan araştırmalar, bireylerarası ve birey içi farklılıklara değinmektedir. Bu araştırma hattı, psikoloji ve eğitim alanları üzerinde önemli sonuçlar doğurmaktadır. Bir sonraki bölümde bunları tartışacağız.

Bireylerarası ve Birey İçi Farklılıklar

Sonraki bölümlerde, bireylerarası farklılıkları bireyler arasındaki varyasyonu açıklayan faktörler olarak ve birey içi farklılıkları da aynı bireyde yaşanan farklılıkları açıklayan faktörler olarak ele alacağız.

Bireylerarası Değişkenlik

Dil ve Kültür

Kültürün sayısal bilişi etkileyebileceği önemli yollardan biri de dildir. Her ne kadar Arapça sayıların matematikte kullanımı, İngiliz ve Çin gibi pek çok kültür için evrensel hale gelmişse de, bu iki kültürdeki ana dil konuşmacıları arasında, aritmetik faaliyetlerde rol alan beyin ağlarında, fonksiyonel bir farklılık bulunmuştur. Ana dili İngilizce olan konuşmacıların, basit toplama işlemleri sırasında, zihinsel hesaplamalar için sol perisylvian korteksleri kullandıkları görülürken, ki bu kullanım da dille ilgili süreçlerin kullanımını akla getirmektedir, ana dili Çince olan konuşmacılar, aynı işlem için görsel-premotor birliğini kullanan bir ağı harekete geçirmişlerdir (Tang ve diğ., 2006), ki bu da muhtemelen görsel-uzamsal yeteneklere olan bağımlılıklarını göstermektedir. Yazarlar, yalnızca dil farklılıklarıyla açıklanamayacak, sayıların biyolojik açıdan bu şekilde farklı olarak kodlanmasının, kısmen de olsa kişinin dil kazanımı sırasında edindiği görsel okuma deneyimlerinden ve ayrıca matematik öğreniminde kullanılan stratejiler ve eğitim sistemi gibi diğer faktörlerden dolayı ortaya çıkmış olabileceğini ileri sürmüştür.

Beynin fonksiyonel olarak kurulması üzerinde kültürün sahip olduğu etkiler, yalnızca matematikle sınırlı değildir; bu etkiler, nesne işleme gibi diğer bilişsel alanlar için de bildirilmiştir (örn. Goh ve diğ., 2007; Kobayashi, 2007; Paulesu ve diğ., 2000). Bu da kültürün psikoloji ve biyoloji üzerinde etkilerinin altını çizmiştir.

Matematik Yetenekleri

Matematiksel beyinde bireyler arası farklılıklar, yalnızca kültürler arası değil, aynı zamanda bireysel matematik yetkinliğine bağlı olarak da büyük oranda değişmektedir. Beyin görüntüleme çalışmaları, bu tür bireysel farklılıklardan bazılarının sinirsel bağlantılarını ortaya çıkarmıştır. Örneğin, Menon ve diğerleri (2000b) tarafından yapılan bir çalışmada, en üst seviyede başarı gösteren ve mükemmel performans sergileyene bireyler, aritmetik ispat içeren bir faaliyet sırasında, mükemmel performans sergilemeyenlere kıyasla sol anguler giruslarında daha az etkinleşme ve değişkenlik gösterirken beyin diğer bölgelerinde bunun yaşanmadığı bulunmuştur. Bu durum, mükemmel performans sergilemeyenlere kıyasla, aynı faaliyette nispeten daha kısa tepki sürelerine sahip olan mükemmel performans sergileyenlerin sol anguler girusunda daha yüksek bir fonksiyonel optimizasyon yaşandığı şekilde yorumlanmıştır. Bu da, muhtemelen mükemmel performans sergileyenlerin uzun dönemde yaptıkları uygulamaların etkisinden ve yeteneklerine hakim olmalarından kaynaklanmaktadır. Öte yandan, Wu ve diğ. (2009) tarafından yapılan bir başka çalışmada, aynı ispat faaliyeti fakat farklı iki format (Arap ve Roma rakamları) kullanılarak tam ters bir sonuç elde edilmiştir. Araştırmacılar, daha iyi performans göstermenin, iki taraflı anguler girusa daha güçlü etkinleşme ile ilişkili olduğunu bulmuş ve temel düzeyin altındaki sinirsel faaliyet olarak sınıflandırılan daha fazla etkinsizleşmenin daha düşük performansla ilişkili olduğunu ortaya çıkarmıştır. Daha bilindik bir formatta, yani Arap rakamlarında, her iki anguler girusa, daha az otomatikleştirilen formata, yani Roma rakamlarına kıyasla daha az etkinsizleşme nedeniyle da daha fazla tepki oluşmuştur (Wu ve diğ., 2009). Bu bulguların hepsi, faaliyet türüne, performans seviyesine ve yetkinliğe bağlı olarak bireysel otomatistide yaşanan farklılıkların, sinirsel seviyede sayısal işlemeyi etkileyebileceğini öne sürmektedir.

Benzer bir şekilde, Grabner ve diğerleri (2007), üstün başarı gösteren bireylerin, düşük başarı gösteren bireylere kıyasla, tek basamaklı ve çok basamaklı çarpma problemlerinin doğruluğunu teyit ederken, (hepsinin sol tarafta yoğunlaştığı) anguler girus, orta temporal girus, tamamlayıcı motor bölge ve medial superior frontal girusa daha fazla bir etkinleşme gösterdiğini bildirmiştir. Tam ters yönde yapılan bir karşılaştırmada, yüksek performans gösterenlerden ziyade düşük performans gösterenlerde anlamlı bir etkinleşme yapısı bulunmamıştır. Anguler girusun etkinleşmesiyle bireysel matematiksel yetkinlik seviyesinin, pozitif bir korelasyona sahip olduğu bulunmuştur; daha yüksek matematiksel yetkinliğe sahip bireyler, daha az yetkin akranlarına kıyasla, sol anguler giruslarını çalıştıran ağ tarafından daha yüksek seviyede desteklenmiştir. Grabner ve diğerleri (2009) tarafından yapılan bir başka çalışma, araştırmacıların önceki bulgularını tekrar incelemiş ve genişletmiştir; araştırmacılar, eğitim sonrasında, anguler girusun etkinleşmesinde gruplar arasında farklılık olmadığını bulmuştur. Bu bulgu, matematiksel faaliyetler sırasında sol anguler girusa oluşan etkinleşmenin, matematiksel uzmanlık kazanmak için gerekli olan yoğun eğitimle ilişkili olabileceğini ileri sürmektedir.

Başka bir çalışmada, Aydın ve diğerleri (2007), akademik alandaki matematikçiler ile matematikçi olmayanların, sayısal işlemlerde rol oynayan beyin alanları arasında yapısal farklılıklar bulmuştur. Araştırmacılar, matematikçi olmayanlara kıyasla, matematikçilerde inferior parietal lobdave sol inferior frontal girusa daha yüksek bir gri madde yoğunluğu olduğunu bulmuştur. Aynı zamanda araştırmacılar, bir matematikçi olarak harcanan zaman ile parietal lobdaki gri madde yoğunluğunda yaşanan nispi artış arasında pozitif bir korelasyon olduğunu ortaya çıkarmıştır; bu bulgu, matematik alanında devamlı bir şekilde eğitim alınmasının, sayısal ölçümleme, aritmetik hesaplama ve görsel-uzaysal işlemde kullanılan beyin bölgelerinde yapısal değişikliklere neden olabileceği fikrini ortaya atmaktadır. Daha yakın zamanda yapılan bir başka çalışma, matematikçilerin, matematikçi olmayanlara kıyasla, sağ intraparietal sulkuslarındaki gri madde yoğunluğunun daha düşük olduğunu, ancak, sağ superior parietal lobdaki 2 cm önündeki gri madde yoğunluğunun daha yüksek olduğunu bildirmiştir (Sader ve diğerleri, değerlendirmede).

Bu bulgu, Molko ve diğerleri (2013) tarafından elde edilen, düşük sayısal performans ile sağ intraparietal sulkustaki daha düşük gri madde yoğunluğunu birbiriyle ilişkilendiren ve öte yandan da sağ intraparietal sulkustaki gri madde yoğunluğu ve matematiksel yetenekler arasında ters U şeklinde bir ilişki olduğunu ileri süren önceki bulgularla çelişmektedir. Görünüşe göre, matematik alanında olağanüstü yeteneklere sahip olma durumu, beynin belirli bölgelerine bağlı olarak, ya gri madde yoğunluğunun artması ya da azalmasıyla belirtilmektedir.

Fehr ve diğerleri (2010), daha sonra, kontrol grubuna karşı hesaplama konusundaki deha olan bir bireyi karşılaştırmış ve ortalama derecedeki hesaplama faaliyetleri sırasında beyin aktifleşme yapılarında anlamlı değişiklikler olmadığını bulmuştur. Ancak, ilginç bir şekilde, istisnai derecede zor faaliyetler sırasında, bu dehanın, normal hesaplama sırasında gözlemlenen bölgelere yakın bölgelerdeki yapıları etkinleşmiştir. Yoğun uygulama ile olağanüstü performansın elde edilmesini sağlayacak beceri geliştirmeye, başlangıçta normal hesaplama için kullanılan, başlangıçtaki stratejinin giderek daha etkin bir şekilde kullanıldığı beyin bölgelerinde yaşanan nöroplastik değişiklikler ile ulaşılabileceği öne sürülmüştür.

Pesenti ve diğerleri (2001), öte yandan, olağanüstü matematiksel yeteneklere, farklı stratejiler benimseyerek ve ortalama bir performans gösteren bireye kıyasla daha fazla beyin alanını kullanarak erişilebileceğini göstermiştir. Pozitron emisyon tomografi kullanan araştırmacılar, bir hesaplama uzmanının, yalnızca matematiksel işlemlerle (supramarginal girusta sol taraf hakimiyetli iki taraflı aktifleşme, intraparietal sulkus, alt oksipital ve orta oksipital girus, oksipitotemporal bileşke ve frontal alanlar) ilgili ortak beyin alanlarını değil, aynı zamanda sol parasantral lopçuk, sağ medial frontal girus, parahipokampal girus, anterior singulat girus ve orta oksipito-temporal bileşke, görsel-uzamsal kısa süreli hafızayla ilişkili alanlar, görsel imge, epizodik bellek ve sayısal işlemedeki aktifleşmeyi temel aldıkları ortaya çıkarmıştır.

Hanakawa ve diğerleri (2003), zihinsel hesaplama sırasında, nitelikli Japon abaküs uzmanlarıyla uzman olmayan kontrol grubuyla karşılaştırdığında, beyincik, fusiform girus, superior presentral sulkus ve arka yan korteksteki aktifleşme yapılarının, uzmanlar için iki taraflı olarak simetrik iken uzman olmayan grup için sol tarafta yoğunlaştığını bulmuştur. Uzmanların, görsel-uzamsal ve görsel motorsal işlemede rol alan bu beyin alanlarını daha fazla kullanmasının, zihinsel hesaplama sırasında kullandıkları ana stratejiyi yansıtabileceği düşünülmektedir (Hanakawa, 2003).

Son olarak, Wu ve diğerleri (2009), yaptıkları pozitron emisyon tomografi çalışmasıyla, Çinli abaküs uzmanlarının, karmaşık toplamada neredeyse hiç fazladan iş gücü kullanmadan, basit ve karmaşık toplama yaparken aynı işlemleri temel alırken, uzman olmayan kişilerin ise, basit ve karmaşık hesaplama karşılaştırıldığında birbirine uymayan beyin aktifleşmeleri yaşadıklarını bulmuştur. Uzman olmayan kişiler, basit toplama işlemleri sırasında, alt frontal korteks, görsel-uzamsal işleme, sol fronto-parietal ağ gibi dilin dahil olduğu alanlarda aktifleşme gösterirken karmaşık toplama problemleri sırasında görsel-uzamsal işlemeyle ilişkilendirilen alanlarda daha güçlü aktifleşme yaşamıştır.

Özetle, farklı matematiksel yetkinlik düzeylerine, farklı düzeyde uygulama deneyimlerine sahip veya farklı stratejileri kullanan bireylerin sinirsel profillerinde hem niceliksel hem de niteliksel farklılıklar olduğu bildirilmiştir (bkz. Zamarian ve Delazer, basımda). Matematiksel uzmanlığın nasıl edinileceğinin öğrenilmesi, bu kadar yüksek seviyede yetkinliğin oluşturulmasını sağlayan süreçlerde rol oynayan nöroplastisite ile ilgili değişikliklere ışık tutabilir. Ayrıca, bu tür bir araştırma, eğitimin, bir bireyin matematikte uzmanlaşma potansiyelini en yüksek seviyeye çıkaracak hem davranışsal hem de sinirsel seviyedeki değişiklikleri ne derece teşvik edebileceğini öğrenmemize yardımcı olabilir.

Aritmetik Yetenek Üniter Değildir

Dowker'e göre, aritmetikte bireysel farklılıklara ilişkin birimsel bir ölçü yoktur. Aksine, aritmetik yetenek, sayı saymadan aritmetik prensipleri anlamaya kadar çeşitli unsurlardan oluşmaktadır. Bu görüş, aşağıdaki bulgularla desteklenmektedir:

- Beyin hasarından dolayı akalkulik olan hastalar, aritmetik doğrulara ilişkin bilgilerde, aritmetik kavramların anlaşılmasında veya sayıların izafi büyüklüklerinin anlaşılmasında ve kıyaslanmasında seçici bozukluklar yaşayabilir. Bazıları, bu unsurlardan birinde bozukluklar yaşayabilirken diğerlerinde hiç veya çok az derecede bozukluk gösterebilir (Dehaene ve Cohen, 1997; Delazer ve diğ., 2003; Demeyere, 2010).
- Alzheimer hastalığı ve diğer dejeneratif beyin hastalıklardan muzdarip olan bazı hastalar, aritmetik unsurlarda seçici bozukluklar göstermiştir. Örneğin, Alzheimer'ın erken safhasındaki hastalardan bazılarının, aritmetik bilgiler ve işlemler ile sayıların anlaşılma ve karşılaştırma yeteneği arasında bir dizi dissosiyasyon yaşadığı bulunmuştur (Kaufmann ve diğ., 2002). Hiçbir unsurun, diğer unsurlar için gerekli bir önkoşul olmadığı ileri sürülmüştür (Dowker, basımda).
- Beyin görüntüleme çalışmaları, aritmetik unsurların ve sayı gösterimi unsurlarının, beyindeki farklı alanları ve ağları devreye geçirebileceğini göstermiştir (örn., Cappelletti ve diğ., 2010; Castelli ve diğ., 2006; Chochon ve diğ., 1999; Aritmetik Göreve-Özgü Fonksiyonel Ayrılımlar bölümüne bakınız).
- Tipik olarak yetişkinlerde, aritmetik performanstaki bireysel farklılıklar, tavan etkisi ile sonuçlanması beklenen, basamaklar ile yazılı ve sözlü sayı kelimeleri arasında yapılan yazılı ve sözlü sayı sayma, kod çevirimi gibi faaliyetlerde bile gözlemlenmiştir (Deloche, 1994).
- Kültürlerarası çalışmalar, farklı aritmetik unsurlarının, farklı oranlarda yaş ve eğitim geçmişi tarafından etkilendiğini göstermiştir. Örneğin, Dellatolas ve diğerleri (2000), her iki unsurun da, sayı karşılaştırmaları, zihinsel hesaplama, kelime problemi çözümü ve okuma ve yazma rakamlarındaki yeteneği büyük oranda öngördüğünü, ancak, nokta sayımı, geriye doğru sayı sayma ve tahminler üzerinde çok az bir etkisi olduğunu göstermiştir. Benzer bir şekilde, Carraher ve diğerleri (1985), çok az eğitim almış veya hiç eğitim almamış bireylerin yazılı aritmetikte yetersiz ama iş yerinde uygulamalı zihinsel aritmetikte son derece iyi bir performans gösterebileceğini ortaya çıkarmıştır.
- Belirli dil özelliklerinin bazılarının, belirli aritmetik unsurlarını seçici bir şekilde etkilediği gösterilmiştir. Örneğin, İngiliz çocuklarıyla aynı matematik müfredatını öğrenen Gallerli çocuklar, iki basamaklı sayıları okumada ve karşılaştırmada İngiliz akranlarına kıyasla daha iyi bir başarı sergilemişlerdir (Dowker, Bala ve Lloyd, 2008). Bu üstünlük, İngiltere'ye kıyasla, (Çince ve Japonca gibi dillerde sayı saymaya benzeyen) Galler'de bulunan nispeten daha şeffaf bir sayma sisteminin bulunmasına bağlanmıştır.
- Tipik ve atipik aritmetik gelişme gösteren çocuklar hakkında birçok çalışmada, aritmetik yeteneğin çeşitli yönlerindeki belirli eksikliklere dikkat çekilmiştir ve "yalnızca" diskalkulinin nadiren meydana geldiği vurgulanmıştır (örn. Desoete, 2004; Gifford, 2012; Jordan, 2003; O. Rubinsten ve Henik, A., 2009).

Aritmetiğin, bazılarının birbirleriyle ilişkili olduğu, farklı unsurlardan oluştuğu görüşünü temel alan Catch Up™ Numeracy isimli program (bkznz. Dowker, 2009, sayfa 29-30), geliştirilmiş ve okullarda matematiksel öğrenme zorlukları çeken çocuklar için düşük performans gösterdikleri unsurlar hedeflenerek kullanılmıştır. Genel olarak mevcut bulgular, matematiksel performansın, bireysel farklılıklardan etkilendiğini ve değerlendirilen faaliyete bağlı olduğu ileri sürmektedir. Bunlar, hem öğrenme hem de müdahale materyalleri tasarlarken düşünülmesi gereken önemli noktalar. Hem atipik hem de tipik olarak gelişmiş olan popülasyonlarda aritmetikte yaşanan bireysel farklılığın, genetik ve çevresel faktörlerden etkilenebileceği öne sürülmektedir.

Aritmetik Değişkenlikte Genetik ve Çevresel Katkıları

Bireysel farklılıkları anlamak, öğrenme yetenekleri ve yetersizlikler hakkındaki genetik araştırmaların ana odaklarından biridir. Matematik yeteneği açısından, gelişimsel diskalkuli üzerine yapılan ailesel çalışmaları, kardeşler arasında bu gelişimsel durumun görülme sıklığının yüksek olduğunu ortaya çıkarmıştır (Alarcon ve diğ., 1997; Shalev ve diğ., 2001) ve niceliksel genetik çalışmalar, monozigotik (MZ) ya da tek yumurta ikizlerde yaklaşık %70'lik ve ayrıca dizigotik (DZ) ya da çift yumurta ikizlerinde %50'lik bir konordans olduğunu ileri sürmüştür (Oliver, 2004). İkizler üzerinde yapılan bu çalışmalar değerli bilgi kaynaklarını oluşturmaktadır, çünkü ikizlerin, ebeveynlerin yetiştirme tarzı ve eğitim gibi çevreyle ilgili pek çok özelliği paylaştığı ve "tek yumurta" veya

monozygotik ikizlerin genlerinin neredeyse %100'ünü paylaştıkları düşünülürken, aralarındaki farklılıkların çoğunun, yalnızca birini etkileyen deneyimlerden dolayı oluşması mümkündür. Öte yandan, "çift yumurta" veya dizigotik ikizlerin, genlerinin yalnızca yaklaşık %50'sini paylaşmaktadır ve bu bize genetik farklılıkların etkileri ile çevresel etkilerle olan etkileşimini araştırmamızı sağlamaktadır. Plomin ve Kovas (2005) tarafından ikiz çalışmaları üzerine yapılan bir inceleme, genetiğe atfedilen ortalama fenotipik varyansın, matematiksel öğrenme becerileri için yaklaşık 0.63 ve matematiksel yetersizlikler için 0.61 olduğunu bildirmiştir. Başka bir çalışmada, Kovas ve diğerleri (2007), okuma ve matematiksel yetersizlikler arasında 0.67'lik bir genetik korelasyon bulunmuştur ki bu da bu durumların aynı genetik faktörler tarafından etkilenmesinin muhtemel olduğunu göstermektedir. Bu sonuçlar, gelişimsel diskalkuliye eşlik eden hastalıkların, örneğin disleksinin, neden yüksek görülme sıklığına sahip olduğunu açıklayabilir. Ayrıca, yapılan bir genom boyu bağlantı analizi, bireysel matematik başarısındaki farklılıkları kısmen açıklayabilecek on farklı genetik polimorfizm tespit etmiştir (Docherty ve diğ., 2010). Bu bulgular, genetiğin hem öğrenme zorlukları hem de öğrenme yeteneklerindeki farklılıkları açıklama açısından önemli oranda katkı sağladığını ileri sürmektedir (Plomin, Kovas ve Haworth, 2007).

Daha yakın zamanda ise, Pinel ve Dehaene (2013) tarafından yapılan bir çalışma, bu genetik katkıda rol oynayan beyinsel alanların yerlerinin belirlenmesi konusunu araştırmıştır. Bir çıkarma işlemi sırasında MZ ve DZ ikizlerinde yaşanan beyin etkinleşmesindeki fonksiyonel korelasyonu karşılaştırarak, araştırmacılar, hem üst frontoparyetal alanların hem de sol anguler girusun etkinleşmesinde güçlü bir genetik katkının mevcut olduğunu bulmuşlardır; ki bu da, bu alanın anatomik yapılarının özelliklerinde yüksek derecede kalıtsallığa dikkat çeken önceki çalışmaları destekler niteliktedir (örn. Schmitt ve diğ., 2008; Thompson, 2001). Araştırmacılar, ayrıca, paylaşılan çevrenin, intraparyetal sulkusun fonksiyonel lateralizasyonuna katkı sağladığını ve sol intraparyetal sulkusun etkinsizleşme seviyesinin, bir bireyin hesaplama puanıyla pozitif bir korelasyona sahip olduğunu bulmuştur; daha yüksek aritmetik sonuçlara sahip olan bireylerin, sol anguler girusunda daha az etkinsizleşme yaşanmıştır, bu bulgu da Grabner ve diğerleri (2007) ve Wu ve diğerleri (2009) tarafından daha önce elde edilen bulgular ile uyumludur. İleride boylamsal çalışmaların (Kovas ve diğ., 2007 gibi), bir bireyin beyinsel profilinin, tercihen çocuklarda, eğitimleri boyunca matematiksel bilgileri ve becerileri kazanmalarını nasıl değiştirebileceğini araştırması gerekmektedir. Bu bulgular, matematiksel zorlukların tanısı, tedavisi ve önlenmesi için önemli sonuçlar doğuracaktır. Örneğin, diskalkuli ve diğer daha hafif matematiksel eksiklikleri meydana getiren genlerin tespit edilmesi, semptomatolojisinden ziyade etiyoloji temelli yeni tanısal sınıflandırmaların oluşturulmasında katkı sağlayacaktır (Plomin ve diğ., 2007).

Birey İçi Değişkenlik

Strateji kullanımı

Performans, yalnızca bireyler arasında değil aynı zamanda farklı bağlamlarda aynı birey içerisinde de farklılık göstermektedir. Örneğin, strateji kullanımı bağlamında, problem özelliklerinin (örn. problem boyutu, işlem türü) gibi faktörler ve bireysel bilişsel kapasitenin (örn. yönetici işlevler), bireyin strateji seçimini ve böylelikle performansını etkilediği gösterilmiştir. Campbell ve Xue (2001), geri alım stratejisinin en çok çarpmada (%98), sonra sırasıyla toplamada (%88), çıkarmada (%72) ve bölmede (%69) kullanıldığını bildirmiştir. Problemlerin boyutuyla ilgili olarak da, Campbell ve Xue (2001), yetişkinlerde problem boyut etkilerine ilişkin olarak üç ana stratejiyle ilgili kaynak bulmuştur: (1) küçük problemlere kıyasla büyük problemler için geri alım stratejisinin kullanımının daha düşük sıklıkta olması (2) küçük problemlere nispeten büyük problemler için daha düşük geri alım etkinliği ve (3) küçük problemlerle kıyaslandığında büyük problemler için işlemlerde daha düşük etkinlik (Campbell ve Xue, 2001).

Lemaire ve Lecacheur (2001), yönetici işlevlerde etkinlik artışının, çocukların strateji seçimi yeteneklerinde, yaşa bağlı iyileştirmelerin oluşmasında önemli ölçüde katkı sağladığını bildirmiştir. Özellikle, ket vurma (inhibition) süreçleri ve bilişsel esneklik, strateji seçimi ve strateji seçimindeki yaşa bağlı farklılıkları ilişkili olarak bulunmuştur. Kısa süreli hafıza açısından ise, daha yüksek kısa süreli hafıza kapasitesi bulunan bireylerin, geri çağırma stratejilerini daha fazla ve işlemsel stratejileri daha fazla

kullanma eğiliminde oldukları bildirilmiştir (örn. Barrouillet ve Lépine, 2005; Noël, 2004). Kısa süreli hafızaları yüksek aralıklı olan çocuklarda, düşük aralıklı olan akranlarına göre, hafıza geri alımı daha hızlı gerçekleşmiştir. Yukarıda verilen örnekler, performans konusunda birey içi yaşanan değişiklikler hakkında “buzdağının yalnızca görünen ucunu” oluşturmaktadır. Bireyin aritmetiğin çeşitli unsurlarındaki yetkinliği gibi diğer faktörlerin de dikkate alınması gerekmektedir (Dowker, 2005).

Farklı popülasyonlar arasındaki ve popülasyonlar içindeki matematiksel yeteneklerde yaşanan farklılıkları ele aldıktan sonra, şimdi de matematik odaklı olarak bilişsel fonksiyonları geliştirmek için nasıl müdahalelerin hedeflendiğini tartışacağız.

Müdahaleler ve Bilişsel İyileştirmeler

Akademik Gelişim için Müdahaleler

Çok sayıda matematiksel müdahale programları, bireysel ve grup içindeki çocuklar için tamamlayıcı matematiksel öğretim materyalleri olarak kullanılabilir şekilde tasarlanmıştır. Ancak, çok az sayıdaki bu programların, ne deneysel, hakemli araştırmalar kullanılarak ne de bilgilendirici sinirbilim araştırmalarla geçerliliği kontrol edilmiştir. Kroeger’e (2012) göre deneysel veya hakemli araştırmalarla desteklenen beş matematiksel müdahale programları şunlardır:

- *Hızlandırılmış Matematik (HM)*: 1-2. sınıflardaki öğrencilerin ilerlemeyi ve uygulamayı takip etme amaçlarıyla geliştirilmiş bir bilgisayarlı matematiksel değerlendirme ve öğretim aracıdır. Bu program, sinirbilim literatürüne dayalı olarak geliştirilmiş olduğunu iddia etmekten ziyade sayma sürecinin Üçlü-Kod Modelinde yer alan öğelerini dikkate almaktadır (Üçlü-Kod Modeli bölümüne bakınız). Örneğin, dersler çokluk sistemini kullanmayı ve matematiksel kuralları doğru cevaplarla ilişkilendirmeyi gerektiren büyüklükleri karşılaştırma ve tahmin görevlerini içermektedir. Bu dersler sözel sistemi ve görsel sistemi kullanmayı gerektiren çok basamaklı hesaplama problemlerine yönelik uygulamaları içermektedir. Farklı bağımsız araştırma grupları ve geliştiricilerin iç araştırmalarıyla desteklenen çok sayıda araştırma, farklı popülasyonlarda kullanılan bu programın sonuçlarının anlamlı olduklarını rapor etmiştir (örneğin, Bolt, 2010; Burns, 2010). Bu çalışmalarda, anlamlı akademik başarı gelişimi gösteren öğrencilerin genellikle HM’yi derslerinde sürekli kullanan sınıf öğretmenlerinin olduğu sınıftaki öğrenciler olduğu rapor edilmiştir.
- *Düzeltilici Matematik (DM)*: 3-12. sınıflardaki çocuklara yönelik küçük veya büyük grup öğretim formatında kullanılan bir düzeltilici programdır. HM’deki gibi bu programda Üçlü-Kod Modeliyle ilişkilidir (örneğin, basamak değerine-çokluk sistemi- yönelik dersler, hatırlama kurallarına-sözel sistem- vurgu ve çok basamaklı aritmetik problemlerini-görsel sistem-çözmeye yönelik stratejilerin öğretimi). DM çalışma hafızasında ve işlemleri yürütmede geliştirmeleri hedeflemektedir. Şu ana kadar, bu programın etkililiği, beyin hasarından müzdarip bir öğrencide (Glang, 1992), risk altındaki liselerde öğrenim gören öğrencilerde (Sommers, 1991) ve liselerdeki öğrencilere akranın özel ders verdiği bir programın parçası olarak (J. L. Parsons, Martella, Martella ve Waldron-Soler, 2004) DM’nin kullanıldığı bağımsız araştırmaların sonuçlarına dayalı olarak pozitif bulgularca desteklenmektedir. Özet olarak, bu araştırmalar, farklı öğrenme durumlarındaki farklı özelliklere sahip öğrencilerde DM’nin etkililiğini incelemiştir. Bu program ile öğrencilerin performansları arasında açık bir neden-sonuç ilişkisini kurmak zordur.

- *Sistematik Öğretimle Akıcılık ve Otomatikleşme (Fast Math)*: 2-12. sınıflardaki çocuklara yönelik bir bilgisayar yazılımı, kurallarda akıcılık üzerine eğitmeyi hedefleyen bir matematik müfredatına çocukların erişimini ve gelişimini sağlamak amacıyla tasarlanmıştır. Araştırma temelli bu program, matematik öğrenmenin bir çok yönü üzerinde yoğunlaşmıştır: Üçlü-Kod Modeliyle, bilginin temsili ve çalışan hafızayla uyumlu olan otomatikleşme, sayısal sembollerle bu sembollerin sözel temsilleri arasındaki ilişki. FAST'in pozitif eğitici etkilerine yönelik bağımsız bir araştırma olmasına rağmen, bu çalışma istatistiksel delil ve grup eğitimiyle ilgili ayrıntılar sunma açısından eksiktir.
- *Sayı Dünyaları (SD)*: Anaokulu öncesi-6. Sınıflardaki öğrenciler için sayı hissinden cebire doğru gerekli olan becerilerin eğitimiyle matematiğin merkezi bilişsel anlamını kazandırmayı hedefleyen bir öğretim programıdır. Etkileşimli bu program, matematiksel kavramları öğretmek için bilgisayarın ve kağıt-kalem etkinliklerin kullanımını içermektedir. Belli bir araştırma modeli tanımlanmamasına rağmen programın gelişiminde sinirbilim literatürüne danışıldığını iddia etmektedir. Programın bileşenleri Üçlü-Kod Modeliyle de uyumludur: Niceliklerin arkasında yatan anlamı (çokluk sistemi) ve doğruluk ile etkililik üzerinde vurgu yaparak hesaplamada akıcılığı anlamayı içermektedir. Öğretim stratejisinin kullanımıyla çalışma hafızası ve işlemleri yürütmeye karşılaşılan değişimleri de bu program desteklemektedir. Bu programın geliştiricilerinin yaptığı bir araştırma, SD'nin başarılı bir şekilde sosyo-ekonomik açıdan dezavantajlı çocukların sayıyı kavramsal olarak anlamalarını arttırdığının göstermiştir (Griffin, 2007).
- *Sayı Yarışı (SY)*: Tipik gelişmekte olan anaokulu öğrencilerinin sayı hissini geliştirmek ve 4-8 yaş grubundaki çocuklardaki diskalküliyi önleme ve rehabilite etmek için (A. J. Wilson, ve diğ., 2006) geliştirilmiş bir uyarlanabilen yazılımdır. Bu programı Wilson ve Dehaene geliştirmiştir ve program Üçlü-Kod Modelinin öğelerini dikkate almıştır: sayı hissi ve sayısal karşılaştırma (çokluk sistemi), sayma sayıları (sözel sistem) ve Arap rakamlarını okuma (görsel sistem). SY, cevap seçeneklerinin karmaşıklığını ve cevap penceresini uyarlayarak çalışma hafızasında geliştirmeleri hedeflemektedir. SY'yi oynayan okul öncesi öğrencilerindeki gelişimin tek delili sayı karşılaştırmasında ortaya konmuştur (Kroeger, 2012) ve oyunun etkililiğine yönelik araştırma, geliştiriciler ve ortakları tarafından yapılmıştır (Räsänen ve diğ., 2009).

Sinirbilim araştırmasını dikkate alan diğer müdahale programları şunlardır:

- Siegler ve Ramani (2008), düşük gelirli çocukların sayısal gelişimlerini desteklemek için sayı doğrusu kavramları üzerine temellendirilen lineer sayısal pano oyunları tasarlamıştır. Oyun, bir jetonu/markayı doğrusal bir çizgi boyunca hareket ettirmeyi istemektedir. Örneğin, 1-10 arasındaki Arap rakamlarıyla yapılan sayı sürümünde bir çocuk, istenilen sayıyı bir çark üzerindeki 1-10 arasında sayı etiketlerinin olduğu kareler üzerinde jetonları/markaları kullanarak hareket ettirecektir. İki haftada 15'er dakikalık dört oturumda bu basit lineer pano oyununu oynayarak 4 yaşındaki çocuklar, sayıların doğrusal temsillerini üst-orta gelir grubundaki akranlarına göre daha anlamlı şekilde gösterebilmişlerdir. Bu kazanımlara dokuz hafta sonra bile sahip olunduğu rapor edilmiştir.
- Kurtarıcı Kalkülaris: Kucian ve diğ. (2011), sayıların uzamsal temsiliyi oluşturmayı (ve otomatik olarak erişmeyi) kolaylaştırma amacıyla zihinsel sayı doğrusunu eğitmeye yönelik bir bilgisayar oyunu geliştirmiştir. 5 hafta boyunca günde 15 dakikalık eğitiminden sonra 8-10 yaşlarındaki (ya gelişimsel diskalküliye sahip ya da diskalküliye olmayan) çocuk grupları, hem sayıların uzamsal temsillerinde hem de doğru şekilde aritmetik problemlerin çözüm sayısında ilerleme göstermişlerdir. Araştırmacılar, fMRI kullanarak eğitiminin nöroplastik etkilerini de gözlemişlerdir. Çocuklar, matematiksel muhakeme için bilişsel süreçlerin otomatikleşmesinde artışı önererek sayı işlemeyle alakalı frontal, bilateral intraparetal sulkus, fusiform girus alanlarını daha az kullanmışlardır (Ischebeck ve diğ., 2007; Ischebeck ve diğ., 2006; Pauli ve diğ., 1994). Bu çalışma, 5 hafta sonra yapılan takip değerlendirmesindeki IPS dahil olmak üzere bilateral parietal bölgelerde artan bir aktivasyonun olduğunu da rapor etmiştir. Bu ise sayı temsiliyi oluşturmada pekiştirmek için belli bir sürenin eğitim sonrasında gerekli olduğunu önermektedir.

Çok sayıda müdahale programı geliştirilmiş olmasına rağmen programların etkililiğini, fayda-maliyet oranını, ilk matematiksel yeterlik ve bilişsel yeterliliklerdeki bireysel farklılıkların bu müdahale programlarının başarısını nasıl etkileyebileceği gibi diğer faktörlere yönelik bir iddiada bulunmak için daha fazla araştırmaya gerek vardır (ayrıca bkz. R. Cohen Kadosh, ve diğ., basımda). Öyle gözükmektedir ki şu andaki mevcutların ve ticari müdahalelerin çoğu, sinir bilimciler tarafından bilinmemektedir ve sinir bilimsel bilginin eğitimde kullanışlılığı hala üzerinde incelenmeye muhtaçtır. Okulların, ebeveynlerin ve öğretmenlerin doğrudan sınıftaki öğrenmeyi etkileyen sinirbilim araştırmasının uygulamalarıyla ilgili sorunları takdir etmeleri ve pazarlanan müdahale programlar için zaman, çaba ve para yatırmadan önce delillendirme oldukça kritik öneme sahiptir.

Hastalardaki Aritmetik Becerilerin Rehabilitasyonu

Beyindeki lezyonlardan ve hasarlardan dolayı edinilmiş akalkuli bireyin otonomisini riske etmektedir. Ancak, rehabilitasyonu hedefleyen programlar oldukça nadirdir (Girelli ve Seron, 2001; Lochy, Domahs ve Delazer, 2005). Basit hesaplama becerilerinin rehabilitasyonuna yönelik çalışmaların çoğu, alıştırma temelli bir yaklaşımı kullanmaktadır (bir diğer ifadeyle, hemen dönüt verilerek problemler tekrarlanmaktadır) (bu tartışmayla ilgili olarak bkz. Girelli ve Seron, 2001; Lochy ve diğ., 2005). Kavramsal yaklaşımlar da kullanılmaktadır (Domahs, 2003; Girelli, Bartha ve Delazer, 2002). Eğitilmiş ve eğitilmemiş problemlerin karşılaştırıldığı sağ angular girusta, çarpma kurallarına yönelik eğitimden sonra sol-hemisferik beyin lezyonu olan hastalarda artan aktivasyon gözlenmiştir (Zaunmuller ve diğ., 2009). Artan aktivasyonun olduğu bölge sağdadır. Bu da kontralateral hemisferin her iki lezyonda artmasını önlemektedir. Rehabilitasyondan sonra aritmetik kuralları hatırlayan bireyler için rapor edilen tipik aktivasyona benzemektedir. Yalnız, bu bir tek durum olduğundan, bu bulgu, hastalar tipik olarak sahip oldukları lezyon bölgeleri, etyoloji, fonksiyonel bozuklar ve benzeri açılardan farklılık göstereceğinden, dikkatlice yorumlanmalıdır (Zamarian ve diğ., 2009). Ayrıca, sağlıklı yetişkinlerin (genel zeka ile ilgili faktörler-Kelly, 2006- ve eğitim seviyesi de dahil olmak üzere) beyindeki pratiklerin etkileri üzerindeki aritmetik performansları açısından bireyler arası farklılıklar oldukça belirgindir (Grabner ve diğ., 2007).

İyileştirme

Bilişsel Eğitim

Nörogörüntüleme çalışmalar, insan beynindeki fonksiyonel ve anatomik değişimlere yönelik deneyimlerin (hatta yetişkinlik boyunca) katkıda bulunabileceğini göstermiştir (Zatorre ve diğ., 2012). Ancak, beynin plastisitesi üzerine yapılan bu çalışmaların çoğu duyu-motor araştırmalara dayanmaktadır. Bildiğimiz kadarıyla sadece bir çalışma, DD'ye sahip çocukların sinirbilimden esinlenmiş bilgisayar temelli matematik oyununa yönelik eğitim gördükten sonra beyinlerinde değişimler olduğunu göstermiştir (Kucian ve diğ., 2011). Matematiksel muhakemenin daha da otomatik hale gelmesini sağlayan eğitimden sonra beyin aktivasyonundaki değişimlerini teşhis etmiş ve DD'ye sahip çocukların nöral seviyede ifade edilmesi daha uzun süre alan bir eğitimden sonra kazanılmış bilginin daha fazla kullanıldığını bulmuşlardır (Akademik Gelişim İçin Müdahaleler bölümüne bakınız). Matematiği ve çalışma hafızası gibi diğer bilişsel fonksiyonları hedefleyen bazı eğitim programları davranışsal gelişimlere de katkıda bulunduklarını iddia etmektedirler. Yalnız, bunların az bir kısmı deneysel bulgularla desteklenmektedir (Akademik Gelişim İçin Müdahaleler bölümüne bakınız).

Önceki kısımlarda belirtildiği gibi, yıllarca matematiksel düşünme üzerine kapsamlı çalışmış ve sabırla eğitim görmüş akademik matematikçilerin beyin anatomik yapılarında anlamlı farklılıklar bulunmuştur (Aydın ve diğ., 2007). Sayısal işlemleri, hesaplamayı ve görsel-uzamsal işlemleri destekleyen alanlarda matematikçi olmayanlara göre bu matematikçiler daha gri madde yoğunluğuna sahip oldukları gösterilmiştir. Bir matematikçi olarak harcadıkları süre izafi gri madde yoğunluğuyla anlamlı şekilde ilişkilendirilirken, yoğun pratik anatomik değişimlere neden olabilir. Yalnız, matematikçiler ve matematikçi olmayanlar IQ ve çalışma hafızası gibi diğer bilişsel yeterlilikler açısından karşılaştırılmaz ise bu sonuç dikkatle yorumlanmalıdır.

Transkraniyel Elektriksel Uyarım

Transkraniyel elektriksel uyarım (tES), özellikle diğer müdahaleler başarılı olamadığında, sağlıklı toplumlarda bilişsel eğitim veya öğrenme rejimleri ile birlikte kullanılmak üzere ağrısız, nispeten ucuz ve giderek gelecek vaat eden bir araçtır (Krause ve R. Cohen Kadosh, basımda). tES yöntemleri ilgili beyin alanları üzerindeki kafa derisine zayıf elektrik akımı uygulamasını içerir ve hedeflenen bölgedeki sinirsel birleşmelerin içsel elektriksel aktivitenin ayarlanmasıyla çalıştığı düşünülmektedir (Nitsche ve Paulus, 2000).

Bir tES türünün, transkraniyel doğru akım uyarımı (tDCS), sayısal işlemeyi de içerecek şekilde beyin fonksiyonlarını seçici olarak geliştirebildiği kanıtlanmıştır (R. Cohen Kadosh ve diğ., 2010; Iuculano ve R. Cohen Kadosh, 2013; Snowball ve diğ., 2013). Uyarının türüne bağlı olarak, örneğin anodal ve katot uyarımı, tDCS sinirsel fonksiyonları sırayla arttırabilir veya engelleyebilir. Bu yöntemi kullanarak, anodal tDCS'yi sağ parietal loba ve katot tDCS'yi sol parietal loba uygulayarak verilen yapay sayısal sembollere ilişkin altı günlük eğitimin otomatik sayı işleme ve sayı eşleştirmedeki performansı arttırdığı, fakat tersi polaritenin her iki görevde de düşük performans ile sonuçlandığı gösterilmiştir (R. Cohen Kadosh ve diğ., 2010b). Fakat bu kavram ispatı çalışması diğerlerine göre az sayıda katılımcı (her grupta 5 kişi) ile gerçekleştirilmiştir ve sadece ilerleme gösteren grup 6 ay sonra incelenmiştir. Diğer bir çalışma tek bir oturumda sol parietal korteksin uyarımının ve sağ parietal korteksin kısıtlanmasının çıkarma problemlerine ilişkin performansı artırırken, bilateral parietal korteksin eşzamanlı uyarımının çoklukları hızlıca karşılaştırma yeteneğinin gelişimi ile sonuçlandığını ortaya koymuştur (T. U. Hauser ve diğ., 2013). R. Cohen Kadosh ve diğ. (2010b) ile birlikte, güncel sonuçlar farklı matematiksel yeteneklerin üniter olmayan bir mekanizma tarafından geliştirildiği görüşünü desteklemektedir.

Snowball ve diğ. (2013) aritmetik eğitimi süresince DLPFC'ye bilateral olarak uygulanan yenilikçi ve müdahalesiz bir beyin uyarıma tekniği olan transkraniyel rastsal ses uyarımının (tRNS), eğitim verilmiş ve verilmemiş hesaplama görevlerinde, 6 ayda kısa ve uzun dönemli gelişimler ile sonuçlandığını göstermiştir. Bir optik beyin görüntüleme tekniği olan yakın kızılötesi spektroskopi (NIRS) tarafından çevrimiçi olarak ölçülen hemodinamik cevaplar, gözlenen artırılmış davranışsal performansı destekleyecek şekilde, sol DLPFC içerisinde artan nörovasküler eşleme etkinliği olduğunu ileri sürmüştür.

Güncel bulgulara dayanarak, tES belirli ve uzun-sürelili etkiler üretmeye ayarlanabilen potansiyel bir müdahale aracı sunmaktadır. Fakat yakın zamanda yapılmış olan bir çalışma, bireylerin yapay sayısal sembollere ilişkin eğitim alırken parietal korteksin uyarımının, bu sayısal sembollerin daha hızlı edinimi ve daha önceden edinilen ilişkilerin bozulmuş otomatikliği ile sonuçlandığını göstermiştir. Buna karşın, DLPFC'nin uyarımı yeni ilişkilerin bozulan öğrenimi sonuçlanmıştır, fakat elde edilen ilişkilerin kullanımında artan bir otomatiklik söz konusudur (Iuculano ve R. Cohen Kadosh, 2013). Bu çift ayrışma bilişsel iyileştirmenin zihinsel maliyetlerle ilişkili olabileceğine ve böyle bir maliyetten kaçınmak için uyarım ve eğitim parametrelerini optimize etmeye ilişkin diğer girişimlerin yanı sıra psikolojik yan etkilerin gözlemlenmesinin daha fazla ilgi gerektirdiğine işaret etmektedir (Logan, 1988).

Daha İyi Öğrenmenin Geleceği için Sinerji: Bilişsel Sinirbilim ve Matematik Öğrenme

Bu bölüm, güncel değerlendirmeleri özetlemeyi ve bilişsel sinirbilim araştırması ve sınıftaki matematik öğrenimi arasındaki sinerjiden ortaya çıkan konu ile en ilişkili ve gelecek vaat eden sonuçları vurgulamayı amaçlamaktadır. Aşağıda vurgulanan potansiyel sonuçların tanımlayıcı olduğunun ve ayrıntılı veya öngören bir rolünün olmadığına farkına varmak önemlidir. .

Pratiğe Yönelik Araştırma

Bilişsel sinirbilim perspektifinden matematiksel öğrenme ile ilgili hızla büyüyen literatür, sinirbilimciler, deneysel psikologlar ve eğitimciler arasındaki işbirliğinden önemli derecede yararlanabilecek bir aşamasındadır. Okullar, öğretmenler ve sinirbilimciler arasındaki işbirliği, eğitim ve öğrenmedeki sorunların davranışsal, bilişsel ve psikolojik gibi çoklu düzeylerde nasıl değerlendirilebileceği ve ele alınabileceğini incelemek ve anlamak için disiplinler arası bir yaklaşıma olanak tanıyacaktır. Davranışın, biliş ve farklı çevreler ile etkileşimdeki bireysel farklılıklar gibi, çeşitli faktörlerin nasıl bir sonucu olduğunun anlaşılması; öğrenenlerin yanı sıra ebeveynlerin ve öğretmenlerin, bir duruma neden olan tek bir faktör olmadığına, bunun yerine çeşitli durumların belli bir sonucun ortaya çıkmasına katkıda bulunduğuna yönelik farkındalık geliştirmelerini sağlayacaktır (Brown, 1998).

Farklı disiplinlerin içerdiği uzmanlık ve becerilerin paylaşımı ile mevcut uygulamanın etkililiğini daha titiz bir biçimde değerlendirmek, sınıftaki pratik uygulamaları en üst düzeye çıkarmak için sınırlamaları ve fırsatları saptamak, araştırma fikirlerini iletirmek ve yalnızca matematik öğrenmeyi değil, bir bütün olarak insan öğrenimini geliştirmeye yönelik daha yakın işbirliği için ilgili alanlar arasında köprü kurmak mümkün olacaktır.

Öğretim ve Değerlendirme

Daha ileri araştırmalarla, bilişsel sinirbilimden gelen ek içgörü katmanları, matematik müfredatında gelişimsel olarak uygun içeriğin ve değerlendirmelerin tanımlanmasına ve tasarlanmasına katkıda bulunabilir. Buna ek olarak, matematik öğrenmenin çeşitli yönlerindeki bireysel farklılıkların daha iyi anlaşılması sonunda bireysel farklılıkları hesaba katan matematik değerlendirmelerinin tasarımına yön verebilir. Doğru ve ayrıntılı değerlendirmeler yalnızca kendi ilerleme ve hedefleme sonuçlarının izlenmesi için değil, aynı zamanda esnek bireysel öğrenme taktiklerini tanımlamak için de kullanılabilir. Örneğin, işleyen bellek gibi belirli bilişsel alanlardaki yüksek performans diğer alanlardaki, örneğin aritmetik gibi, performansı artırmaya yardımcı olabilir. Öğretim bireysel farklılıklar tarafından bilgilendirilirse, matematik öğrenmenin daha etkili olması muhtemeldir (Dowker, 2005). Eğitimsel oyunlar gibi öğrenme ortamlarındaki gelişmeler, bireyselleştirilmiş öğrenmeyi gerçekleştirmek için ekonomik ve eğlenceli bir yol olabilir (Howard-Jones ve diğ., 2011).

Okullar ve araştırmacılar arasındaki daha fazla araştırma ve işbirliği ile gelecekteki bulgular, öğrencilerin öğrenme profillerine ve öğrenilecek içeriğe bağlı olarak daha etkili olabilecek öğretim planlama ile öğretme ve öğrenme yöntemlerinin tanımlanmasına katkıda bulunabilir. Bu kısa bölümde de görüldüğü gibi, bilişsel sinirbilim alanındaki araştırmalar matematik eğitime heyecan verici katkılar vaat ediyor gibi görünse de, araştırmanın bu aşamasında matematik eğitimi için çok az etkiye sahiptir.

Teşhis ve Müdahale

Matematğin bileşen becerilerinin ve bu becerilerin (i) sonuçları tahmin etmek ve (ii) müdahale için özel ihtiyaçların/ilginin erken tespiti için çocukların küresel öğrenmesini ve matematikte performansını nasıl öngördüğünün araştırılması faydalı olabilir. Fakat matematik alanında çok fazla araştırmaya dayalı müdahaleler bulunmamaktadır (Akademik Gelişim için Müdahaleler bölümüne bakınız). Sonuç olarak, bireysel farklılıklar ve yaş gibi parametrelerin farklı öğretim şekilleri ile nasıl etkileşebileceği ve müdahale üzerine odaklanan materyalin türünün eğitimin sonuçlarını nasıl modüle ettiği hakkında çok az şey bilinmektedir. Farklı kişiler tabandan-tepeye (matematikteki global performansı artırmak için bileşensel gelişmelere odaklanmak) veya tepeden-tabana (karmaşık matematik görevini geliştirirken dolaylı olarak temel becerileri keskinleştirmek) yaklaşımından faydalanabilirler.

Güvenilir, hassas ve düşük maliyetli biyolojik geri bildirim teknolojisi tasarımının yanı sıra nörokimyasal konsantrasyonlar, sinirsel bağlantılar, morfoloji gibi güvenilir biyolojik belirteçler için gerçekleştirilecek araştırmalar, gelecekte teşhis ve müdahale yanıtının izlenmesi için yararlı olabilir (örneğin, Dahlin et al., 2008). Bu tür bir araştırma, aynı zamanda tedavi mekanizmalarına moleküler içgörü de sunacaktır. Örneğin McNab ve diğ. (2009) çalışmasında, PET taraması kullanılarak, sağlıklı katılımcılardaki bilişsel eğitimin korteksel dopamin olan D1 reseptörlerinin yoğunluğu ile bağlantılı olduğu ve bu sonuçların DEHB olan çocukların bilişsel eğitim sonuçlarına eşlik eden mekanizmalara ışık tutabileceği bulunmuştur (Klingberg, 2005).

İyileştirme

Eğitsel matematik oyunlar da dahil olmak üzere uyarlanabilir bilişsel eğitim yazılımlarının sınıfa dahil edilmesi ve çocuklar için okul sonrası öğrenme, motivasyonun artmasına ve eğlence duygusunun matematik öğrenme sürecine ve deneyimine dahil edilmesine yardımcı olabilir. Bu özellikle matematik kaygısı veya matematik öğrenme güçlüğü olanlara yardımcı olabilir, çünkü oyundaki performans onların performans sergileyebileceklerini ve ilerleyebileceklerini hissetmelerine, korktukları dersin eğlenceli ve diğer bağlamlarla ilişkili olduğunu görmelerine ve performanslarının kendi kontrollerinde olduğunu görmelerine yardımcı olabilir.

Müdahalesiz beyin uyarımı vasıtasıyla bilişsel iyileştirmenin farmakolojik olmayan formunun kullanımı, matematik öğrenme güçlüğü olanlar için müdahale bakımından destekleyici veya alternatif bir biçim sunabilir. Uyarı merkezlerini, uyarının frekansını ve yoğunluğunu, eğitim materyalinin türünü ve yaş ile bireysel farklılıkların tES'nin etkililiğini nasıl etkileyebileceğini de içerecek şekilde hedeflenen öğrenme çıktılarının başarılmaması amacıyla en uygun parametreleri belirlemek için tES ile ilgili olarak gelecekte daha fazla araştırma yapılması gereklidir. Biyolojik (örneğin, azaltılmış gri madde) veya çevresel (örneğin, sosyo-ekonomik durum) alt yapılarıdaki boşluklar nedeniyle bilişsel uyumsuzlukları azaltabilen tES gibi iyileştirme yöntemleri etkili öğrenme için daha eşit fırsatlar sunacaktır.

Zorluklar ve Gelecek için Yol Haritası

Matematik öğrenme ile ilgili bilişsel sinirbilim araştırması sürekli olarak büyümekte ve matematik öğrenme ile ilgili anlayışımızı genişletmektedir. Bununla birlikte, genel olarak eğitim için potansiyel katkılar önerilmiş olsa da, sinirbilim ve eğitimin gelişmekte olan alanının mevcut durumu ile uyumlu olarak, çok az sınıf içi uygulaması bulunmaktadır (Bauer, 1997; Howard-Jones, 2013; The Royal Society, 2011; The Wellcome Trust, 2014; Varma, McCandliss and Schwartz, 2008).

Neden durum bu şekildedir? Her şeyden önce, bilişsel sinirbilim bulgularını matematik öğrenmeye veya genel olarak öğrenmeye uygulamanın heyecan verici beklentilerine rağmen, birkaç çalışma ekolojik geçerlik ve matematik müfredatıyla doğrudan ilişki göstermiştir. İkinci olarak, muhtemelen her alandaki amaçların ve rollerin anlaşılmasındaki eksiklik yüzünden (ki bu durum aynı zamanda sinirbilim ve eğitim için de geçerlidir) matematik eğitimcileri ve bilişsel sinirbilimciler arasında bir işbirliği eksikliği bulunmaktadır (Hook ve Farah, 2013; Willingham, 2009). Bu durum katılımcı istihdamını, örneklem boyutunda uzlaşmayı ve tartışmalı olarak bulguların genellenebilirliğini olumsuz olarak etkileyebilir. Kanıt eksikliği söz konusu olduğunda, okullarda işbirliği yapma olasılığı düşük olduğu için birinci ve ikinci noktalar bir kısır döngü olabilir (The Wellcome Trust, 2014) ve eğer az işbirliği varsa, araştırma eksikliği de söz konusu olacaktır. Üçüncü olarak, bilişsel sinirbilim ve matematik eğitimi dönüşürme ve entegre etme süreci, iki alanın amaçları, uygulamaları, analizleri ve beklentilerindeki disiplinler farklılıkları da içerecek şekilde, “sinirbilim ve eğitim” şemsiye alanı ile benzer güçlükleri paylaşmaktadır (bkz. Willingham, 2009).

Peki, bu durumun değişmesi için ne yapılması gerekmektedir? Birkaç nerimiz bulunmaktadır. Öncelikle, temel araştırmadan da ödün vermeden, matematik müfredatı için açık, pratik doğurguları olan dada fazla sinirbilim araştırmasının yapılması gerekmektedir. Finansman kuruluşları ve hkmetler, bilişsel sinirbilimciler ve matematik eğitimcileri arasında gerçekleşecek olan daha bütünleşik araştırma çabalarını teşvik etmeli ve desteklemelidir. İngiltere’ de bu adım son zamanlarda Wellcome Trust and Education Endowment Vakfı’ nın ortak çabası ile gerçekleştirilmiştir. Bu tür çabalar politika yapıcıları, araştırmacıların, öğretmenlerin ve velilerin temsilcilerini; bu araştırmaları atölye çalışmalarında tartışmaya ve bilişsel sinirbilim ve matematik eğitimine ilişkin bilgi ve uygulamanın bütünleştirilmesi için ilgileri, alanları ve zorlukları değerlendirmeye yönelik raporlar ve anketler yoluyla bilgi toplamaya teşvik etmekle başlayabilir. sBu alanlardaki uzmanların amaçlarının ve rollerinin daha iyi anlaşılması, her iki alanın da faydalanacağı gelecek işbirliklerini teşvik edebilir. Sonuç olarak, daha fazla işbirliği ve araştırma ile bu tür araştırma gelişmeleri ğretmen eğitimine entegre edilebilir. Bu durum faydalı olabilir, çünkü güncel bir araştırma öğretmenlerin % 90’ından fazlasının sinirbilim hakkındaki anlayışlarının kendi uygulamalarını etkilediğini düşündüğünü, öğretmenlerin bilimsel ve akademik kaynaklar yerine okulların ve diğer öğretmenlerin müdahalelerinden öğrenme eğiliminde olduklarını ve öğretmenlerin %77’sinin sinirbilimi kendi eğitimlerine entegre etmeyi istediklerini göstermektedir training (The Wellcome Trust, 2014). Benzer şekilde, bilişsel sinirbilim alanındaki araştırmacılar, daha doğrudan sınıf doğurguları ortaya koymak amacıyla kendi araştırma amaçlarını geliştirmek için, matematik öğrenmenin sınıfta nasıl gerçekleştiğine ilişkin bazı pratik deneyimler edinmelidir. Hem bilişsel sinirbilimciler hem de matematik öğretmenleri, matematik öğrenimi ve araştırmasının daha bütünsel bir görüşünü geliştirmek için ortak atölye çalışmaları ve eğitimler yoluyla, yüz yüze sohbetler gerçekleştirmelidir.

Her gelişen alanın kendine özgü güçlü yanları ve zorlukları vardır. Farklı alanlardaki uzmanlar arasında gerçekleştirilecek olan yapıcı işbirliği, bilişsel sinirbilimin matematik eğitimini geliştirmedeki potansiyelinin farkına varılmasını ve karşılaşılan zorlukların matematik araştırması ve eğitimindeki ileriki gelişmeler için ilerleme sağlamasını garantiye alınması bakımından oldukça önemlidir.

Sonuçlar

Bilişsel sinirbilim araştırması, sayısal biliş gibi karmaşık ve st düzey bilişsel süreçlerin sinirsel temellerini keşfetme imknı vermiştir. Tek hücreli kayıttan beyin uyarımına kadar genişleyen bir dizi araç kullanarak, ilerleme sadece belirli işlevlerde değil, aynı zamanda matematik öğrenmeyle uğraşan ağların karmaşıklığını da haritalandırmada yapılmaktadır. Genel olarak, bilişsel sinirbilim araştırmalarındaki ilerlemeler matematiksel bilişin ontogenezisini, bilişsel ve davranışsal performansın neroplastisite hakkındaki bilgiye dayalı olarak nasıl modüle edilebileceğini ve bu tür bulguların beynin bütün olarak çalışmasını anlamak için bir model olarak nasıl kullanılabileceğini aydınlatmaya başlamıştır. Matematik ğrenimi ile ilgili bilim adamları, eğitimciler ve uzmanlar arasındaki işbirlikleri sadece matematiksel bilişi anlamada değil, aynı zamanda insanlığın zihinsel varlıklarını zenginleştirmek için uzun-süreli öngörüler ile birlikte genel olarak öğrenmeyi anlamada başka ilerlemeler vaat etmektedir.

EK A: SAYISAL BİLİŞ İÇEREN TEMEL BEYİN ANATOMİ VE BÖLGELERİNE GİRİŞ

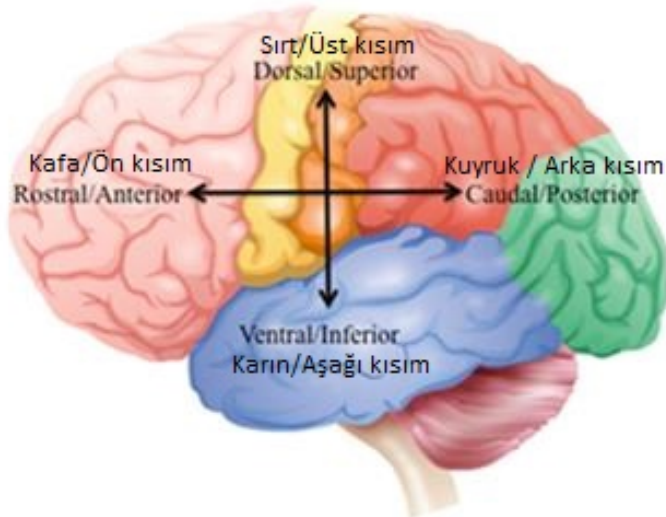
Beyin Yapıları

Terim	Açıklama
Girus	Serebral kortekste ki çıkıntılar
Sulkus	Kortekste bir çukur, yarık veya çöküntü

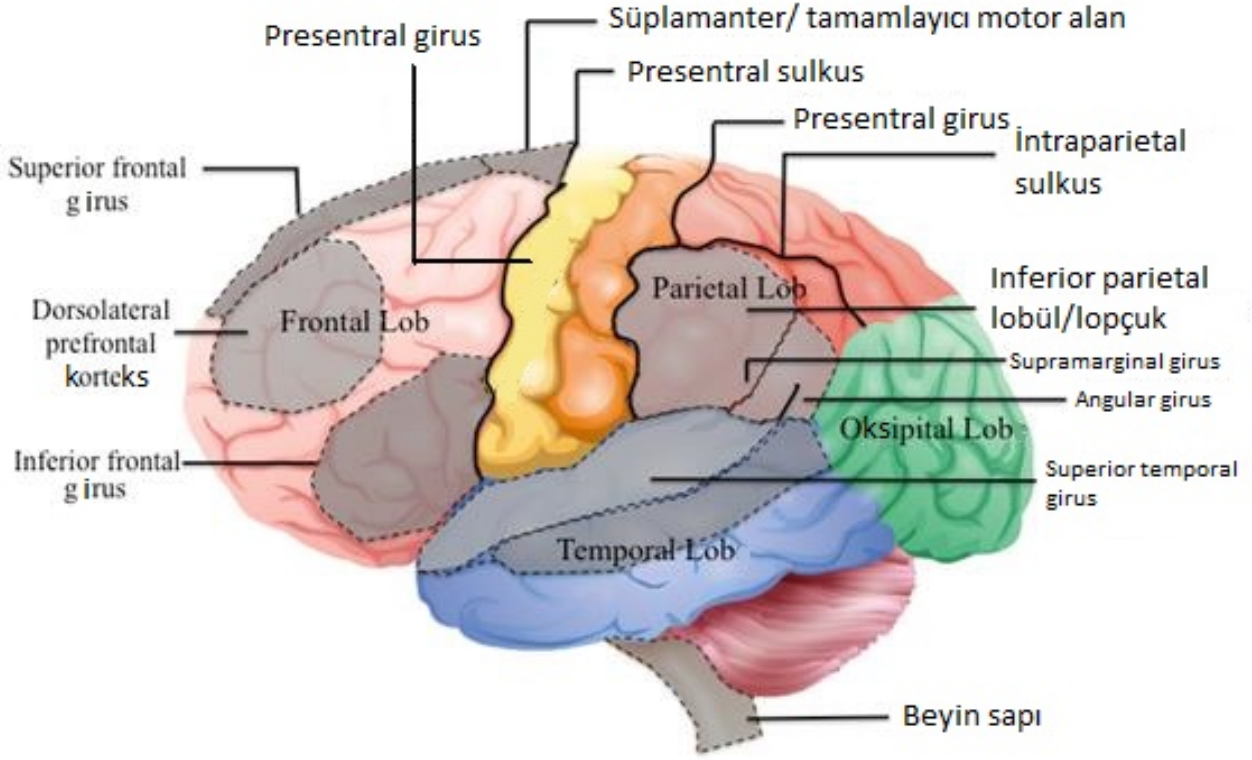
Beynin Anatomik Terminolojisi

Terim	Açıklama
Rostral/ Anterior	Kafa / Ön kısım
Caudal/ Posterior	Kuyruk / Arka kısım
Dorsal/ Superior	Sırt / Üst kısım
Ventral/Inferior	Karın / Aşağı kısım
Lateral	Yanal kısım
Medial	Orta kısım
Proximal	Merkeze yakın
Distal	Merkezden uzak
Contralateral	Ters hemisfer
Bilateral	Hemisferlerin her ikisi

Şekil A.1. Beynin anatomik terimleri



Şekil A.2. Sayısal biliş ile ilgili beyin bölgeleri



EK B: SİNİRBİLİM VE PSİKOLOJİNİN TEMEL TEKNİKLERİ VE PARADİGMALARI

Beyin işlevine, bilişine ve davranışına ilişkin önemli bilgiler, sinirbilimi ve psikoloji alanlarından türetilmiştir: özellikle beyin lezyonlu hastaların geleneksel vaka incelemeleri (Akalkuli bölümüne bakınız). Özellikle beyin görüntüleme alanındaki gelişmeler, araştırmacılara canlı beyni müdahalesel olmayan araçlar kullanarak incelemelerine izin vermiştir.

İlk önce, beynin matematiksel işleme ve öğrenmeye olan tepkisini incelemek için kullanılan farklı sinirbilimsel yöntemleri ve bu araştırma alanında kullanılan tipik davranışsal paradigmaları tanıtmak isteriz. Farklı teknikler ve davranışsal paradigmalar kısa bir açıklama ile birlikte Tablo 1 ve Tablo 2'de (sırasıyla) sunulmaktadır.

Tablo A.1. Sinirbilimsel Teknikler

Teknik	Açıklama
Tek Hücre/ Birim kayıt	Mikroelektrot kullanarak tek bir nöronun cevabını ölçmek için kullanılan müdahaleli bir yöntemdir. Zamanla hücrenin içinde veya dışında bulunan voltajdaki değişim oranını (bir ateşleme nöronu tarafından oluşturulan akımı izleyerek) kaydetmek için bir mikroelektrot hücrenin içine veya yakınına yerleştirilir. Bu yöntem hayvanlarda kullanılmaktadır.
Pozitron Emisyon Tomografi (PET)	İnsan vücudundaki işlevsel süreçlerin 3-boyutlu ve renkli görüntülerini oluşturmak için radyasyona (nükleer manyetik görüntüleme) dayanan bir görüntüleme tekniğidir. Sadece anatomi ve yapı yerine metabolizma ile ilgili kimyasal ve fizyolojik değişimleri yakalamaktadır. Vücuda enjekte edilen radyoaktif bir izleyici tarafından dolaylı olarak alınan sinyallerin tespiti vasıtasıyla çalışmaktadır.
Manyetik Rezonans Spektroskopisi (MRS)	Bu yöntem insan beynindeki enerji kullanımında yer alan değişimleri çalışmak için kullanılmaktadır. Kimyasal süreçler süresince beyinde üretilen maddelerin göreceli konsantrasyonunu belirleyebilmek için protonlardan gelen sinyalleri kullanmaktadır.
Elektroansefalografi (EEG)	Bu yöntem kafatası üzerindeki elektrotları kullanarak beynin elektriksel aktivitesini kaydetmek için kullanılmaktadır. Bu tekniğin yan ürünlerinden biri, uyarının sunumuna time-locked ortalama EEG cevapları anlamına gelen olayla ilişkili potansiyeller (ERP'ler) olarak adlandırılan yöntemdir.
Fonksiyonel Manyetik Rezonans Görüntüleme (fMRI)	Beyin aktivitesini ölçen müdahalesiz bir yöntemdir. Beyin aktivitesi oksijene ihtiyaç duydukça, kan-oksijen seviyesine bağlı (BOLD) kontrast olarak isimlendirilen oksijen bakımından zengin ve fakir kan ve kan akışı arasındaki değişim gerçekleşmektedir ve yöntem bu değişime bağlıdır.
Difüzyon Tensör Görüntüleme (DTI)	Başta su olmak üzere biyolojik dokulardaki moleküllerin difüzyon süreçlerini haritalamak suretiyle doku yapısının mikroskobik ayrıntılarını ortaya çıkarmak için kullanılan bir tekniktir.
Yakın Kızılötesi Spektroskopisi (NIRS)	Kafatası boyunca yakın kızılötesi ışın göndererek ve onun korteksten nasıl geçtiğini ölçerek beyin aktivasyonunu değerlendirmek için kullanılan bir optik beyin görüntüleme tekniğidir. Sinirsel aktivite ile tetiklenen biyolojik süreçlerdeki bağlantılı değişimleri (örneğin, kan akışı ve kan oksijenlenmesi) kaydetmektedir.
1. Müdahalesiz beyin uyarımı (NIBS) 2. Transkraniyal Manyetik Uyarım (TMS) 3. Transkraniyal Doğru Akım Uyarımı (tDCS) 4. Transkraniyal Rastsal Gürültü Uyarımı (tRNS)	1. Bu yöntem, beyin fonksiyonlarını incelemek için belirli beyin bölgelerindeki aktiviteyi geçici olarak indükleyen veya bastıran manyetik alan darbeleri oluşturmak için alternatif bir akım kullanmaktadır. 2. Davranış görevleri sırasında spontane kortikal aktiviteyi değiştirmek için küçük elektrotlar (örneğin, 25 cm ²) yoluyla beyin bölgesinin üzerindeki kafa derisine sabit, düşük elektrik akımının (örneğin, 1-2 mA) verilmesini içeren bir beyin uyarım şeklidir. Bazı durumlarda uzun

5. Transkraniyal Alternatif Akım Uyarımı (tACS)	sürelili etkilerle, nöronal ateşlemeyi (anodal tDCS) kolaylaştırabilir veya (Katot tDCS) azaltabilir. 3. Bu tDCS' ye benzer nispeten yeni bir tekniktir, sabit bir akımdan ziyade rastgele bir elektriksel salınım spektrumu kullanmaktadır. tDCS' den farklı olarak, bu tip uyarım esas olarak beyin aktivitesini artırmak için kullanılmaktadır. 4. Bu tür uyarım, devam eden ritmik beyin aktivitesini modüle etmek için kafa dersi üzerindeki belirli frekanslarda alternatif elektrik akımların uygulanmasını içermektedir.
--	---

Tablo A.2. Matematiksel Biliş İncelemek için Kullanılan Davranışsal Paradigmalar ve Görevler ile Bunların Açıklamaları

Paradigma/Görev	Açıklama
Beklenti ihlali	Bu, bebeklerin fiziksel dünyaları hakkındaki bilgilerini öğrenmek için temel yöntemdir. Paradigma, bebeklerin dünyaya ilişkin fiziksel anlamalarını ihlal eden olaylara karşı artan bir dikkat gösterdikleri varsayımına dayanmaktadır. Bu artan dikkat "bakışlar" doğrultusunda ölçülmektedir; eğer belli bir nesne onların beklentisini ihlal ederse, o nesneye daha uzun süre bakma eğilimindedirler.
Alışkanlık	Algı veya bilişsel yetenekleri çalışmak için bebeklerle ilgili çalışmalarda sıklıkla kullanılan yöntemlerden bir tanesidir. Alışkanlık, bir uyarı (örneğin, görüntü, ses veya koku) bebek "uyaran alışık olana kadar" sunulduğunda ortaya çıkar ve tanımanın bir sonucu olarak uyarana yanıt vermeyi bırakır (örneğin, bakma davranışını azaltır). Alışılan uyaranda değişiklikler yapıldığında, bebek normal olan bakma davranışına geri döner (Bu "yaşa uygunluk" olarak adlandırılmaktadır).
Doğrulama	Bu görev, tipik olarak bir ifadeye/duruma "Evet" veya "Hayır" cevabını vererek ifadenin/durumun doğrulanmasını gerektirir. Cevap sözel ya da manuel (klavyede evet için bir tuşa hayır için başka bir tuşa basmak gibi) olarak verilebilir ve cevap verme süresi (tepki süresi) ile cevabın doğruluğu açısından değerlendirilir.
Sayı doğrusu tahmini/ İkiye ayırma	Bu görev, büyüklük ile ilgili bireyin temsiliyi incelemek için kullanılmaktadır. Genellikle 0 dan başlayıp 10, 100, 1000'e kadar devam eden düz çizgiler kullanılarak, herhangi bir sayının bu çizgideki yerinin bulunmasını içermektedir. Cevabın doğruluğu (yani, sayının gerçek konumundan sapması) genellikle ölçülür. Cevaplar bireyin sayılar ve büyüklükleri ile ilgili içsel temsiliyi belirlemek için kullanılabilir.
Sayıya ilişkin kararlar	Bu görev, görev talimatlarına bağlı olarak aşağıdakileri içermektedir. 1) İki sayıdan hangisinin büyük ya da küçük olduğuna karar vermek 2) Verilen bir sayının referans olarak verilen bir sayıdan büyük mü küçük mü olduğuna karar vermek 3) Verilen bir sayının tek mi yoksa çift mi olduğuna karar vermek Cevaplar genellikle bir düğmeye basarak verilir. Reaksiyon süreleri ve cevabın doğruluğu ölçülür. Bu görevler genellikle içsel sayısal temsili incelemek için kullanılır.
Stroop sayı görevi/ Boyut uyumu	Stroop görevleri bir uyarıcının bir yönünün diğer yönlerini nasıl etkilediğini araştırmak için kullanılır. Katılımcı, karşılaştığı uyarının hem uyumlu-uyumlu olmayan hem de nötr olan 2 farklı yönü ile karşılaştırılmaktadır. Örneğin, Stroop görevinde 8 ile 5'in hangisinin büyük olduğunu sormak için 8 daha küçük, 5 daha büyük şekilde yazılabilir. Çünkü sayıların fiziksel büyüklüğü sayısal büyüklükleri hakkında karar verme sürecine etki etmektedir.
Tetikleme	Bu görev; belirli bir uyarının -onu görmek veya duymak gibi- daha sonra verilecek cevapların daha hızlı ve kolay verilebilmesi için bir tetikleyici olarak görev yapması esasına dayanmaktadır. Diğer yandan, tetikleyici uyarın ile uyumsuz olan cevaplar ise daha yavaş ve zor bir şekilde verilecektir.

KAYNAKÇA

- Alarcon, M. et al. (1997), "A twin study of mathematics disability", *Journal of Learning Disabilities*, Vol. 30, pp. 617-623.
- Allison, T. et al. (1999), "Electrophysiological studies of human face perception. I: Potentials generated in occipitotemporal cortex by face and non-face stimuli", *Cerebral Cortex*, Vol. 9/5, pp. 415-430.
- Anderson, J. R. (2000), *Learning and Memory: An integrated Approach* (2nd ed.), Hoboken, NJ: John Wiley and Sons.
- Anderson, J. R., J. M. Fincham and S. Douglass (1999), "Practice and retention: A unifying analysis", *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, Vol. 25/5, p. 1120.
- Anderson, P. and L.W. Doyle (2003), "Neurobehavioral outcomes of school-age children born extremely low birth weight or very preterm in the 1990s", *JAMA: The journal of the American Medical Association*, Vol. 289/24, pp. 3264-3272.
- Ansari, D. (2008), "Effects of development and enculturation on number representation in the brain", *Nature Reviews Neuroscience*, Vol. 9, pp. 278-291.
- Ansari, D. and B. Dhital (2006), "Age-related changes in the activation of the intraparietal sulcus during nonsymbolic magnitude processing: An event-related functional magnetic resonance imaging study", *Journal of Cognitive Neuroscience*, Vol. 18, pp. 1820-1828.
- Ansari, D., B. Dhital and S.C. Siong (2006), "Parametric effects of numerical distance on the intraparietal sulcus during passive viewing of rapid numerosity changes", *Brain research*, Vol. 1067/1, pp. 181-188.
- Ansari, D. et al. (2005), "Neural correlates of symbolic number processing in children and adults", *NeuroReport*, Vol. 16, pp. 1769-1773.
- Antell, S.E. and D.P. Keating (1983), "Perception of numerical invariance in neonates", *Child Development*, pp. 695-701.
- Ardila, A., M. Concha and M. Rosselli (2000), "Angular gyrus syndrome revisited: Acalculia, finger agnosia, right-left disorientation and semantic aphasia", *Aphasiology*, Vol. 14/7, pp. 743-754.
- Ardila, A. and M. Rosselli (1994), "Spatial acalculia", *International Journal of Neuroscience*, Vol. 78/3-4, pp. 177-184.
- Arsalidou, M. and M.J. Taylor (2011), "Is $2+2=4$? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations", *NeuroImage*, Vol. 54/3, pp. 2382-2393.
- Ashcraft, M.H. (2002), "Personal, educational, and cognitive consequences", *Current Directions in Psychological Science*, Vol. 11/5, pp. 181-185.
- Ashcraft, M.H. and A.M. Moore (2012), "Cognitive processes of numerical estimation in children", *Journal of experimental child psychology*, Vol. 111/2, pp. 246-267.

- Aydin, K. et al. (2007), "Increased gray matter density in the parietal cortex of mathematicians: A voxel-based morphometry study", *American Journal of Neuroradiology*, Vol. 28, pp. 1859-1864.
- Aylward, G.P. (2005), "Neurodevelopmental outcomes of infants born prematurely", *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, Vol. 26/6, pp. 427-440.
- Baddeley, A. (1996), "The fractionation of working memory", *Proceedings of the National Academy of Science*, Vol. 93, USA, pp. 13468-13472.
- Bahrack, H.P. and L.K. Hall (1991), "Lifetime maintenance of high school mathematics content", *Journal of Experimental Psychology: General*, Vol. 120, pp. 22-23.
- Baloglu, M. and R. Kocak (2006), "A multivariate investigation of the differences in mathematics anxiety", *Personality and Individual Differences*, Vol. 40/7, pp. 1325-1335.
- Barrouillet, P. and R. Lépine (2005), "Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems", *Journal of Experimental Child Psychology*, Vol. 91/3, pp. 183-204.
- Barrouillet, P. and M. Fayol (1998), "From algorithmic computing to direct retrieval: Evidence from number and alphabetic arithmetic in children and adults", *Mem Cognit*, Vol. 26/2, pp. 355-368.
- Basso, A. and N. Beschin (2009), "Number transcoding and number word spelling in a left-brain-damaged non-aphasic acalculic patient", *Neurocase*, Vol. 6/2, pp. 129-139.
- Beilock, S.L. (2010), *Choke: What the Secrets of the Brain Reveal about Getting It Right When You Have To*, Simon and Schuster, New York.
- Beilock, S.L. et al. (2010), "Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 107/5, pp. 1860-1863.
- Benton, A.L. (1991), "The fiction of the 'Gerstmann syndrome'", *Journal of neurology, neurosurgery, and psychiatry*, Vol. 24/2, p. 176.
- Berger, A., G. Tzur and M.I. Posner (2006), "Infant brains detect arithmetic errors", *Proceeding of the National Academy of Science USA*, Vol. 103, pp. 12649-12653.
- Black, J.E. et al. (1990), "Learning causes synaptogenesis, whereas motor activity causes angiogenesis, in cerebellar cortex of adult rats", *Proceeding of the National Academy of Science USA*, Vol. 87/14, pp. 5568-5572.
- Bolt, D.M., J. Ysseldyke and M.J. Patterson (2010), "Students, Teachers, and Schools as Sources of Variability, Integrity, and Sustainability in Implementing Progress Monitoring", *School Psychology Review*, Vol. 39/4, pp. 612-630.
- Botting, N. et al. (1998), "Cognitive and educational outcome of very-low-birthweight children in early adolescence", *Developmental Medicine and Child Neurology*, Vol. 40/10, pp. 652-660.
- Brannon, E.M. and H.S. Terrace (1998), "Ordering of the numerosities 1 to 9 by monkeys", *Science*, Vol. 282, pp. 746-749.
- Breslau, N., N.S. Paneth and V.C. Lucia (2004), "The lingering academic deficits of low birth weight children", *Pediatrics*, Vol. 114/4, pp. 1035-1040.

- Brown, R.D. and D.F. Bjorklund (1998), "The biologizing of cognition, development, and education: Approach with cautious enthusiasm", *Educational Psychology Review*, Vol. 10, pp. 355-373.
- Bruer, J.T. (1997), "Education and the brain: A bridge too far", *Educational Researcher*, Vol. 26, pp. 4-16.
- Buckley, P. B. and C.B. Gillman (1974), "Comparisons of digits and dot patterns", *Journal of Experimental Psychology-General*, Vol. 103/6, pp. 1131.
- Bugden, S. et al. (2012), "The role of the left intraparietal sulcus in the relationship between symbolic number processing and children's arithmetic competence", *Developmental Cognitive Neuroscience*, Vol. 2/4, pp. 448-457.
- Bull, Rebecca et al. (2008), "Short-Term Memory, Working Memory, and Executive Functioning in Preschoolers: Longitudinal Predictors of Mathematical Achievement at Age 7 Years", *Developmental Neuropsychology*, Vol. 33/3, pp. 205-228, <http://dx.doi.org/10.1080/87565640801982312>.
- Burns, M.K., D.A. Klingbeil and J. Ysseldyke (2010), "The effects of technology-enhanced formative evaluation on student performance on state accountability math tests", *Psychology in the Schools*, Vol. 47/6, pp. 582-591.
- Burr, David and John Ross (2008), "A Visual Sense of Number", *Current Biology*, Vol. 18/6, pp. 425-428, <http://dx.doi.org/10.1016/j.cub.2008.02.052>.
- Butterworth, B. (2005), "The development of arithmetical abilities", *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, Vol. 46, pp. 3-18.
- Camos, V. and B. Tillmann (2008), "Discontinuity in the enumeration of sequentially presented auditory and visual stimuli", *Cognition*, Vol. 107/3, pp. 1135-1143.
- Campbell, J.I. and N.M. Alberts (2009), "Operation-specific effects of numerical surface form on arithmetic strategy", *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, Vol. 35/4, pp. 999.
- Campbell, J.I. and L.J. Epp (2004), "An encoding-complex approach to numerical cognition in Chinese-English bilinguals", *Canadian Journal of Experimental Psychology*, Vol. 58, pp. 229-244.
- Campbell, J.I. and D.J. Graham (1985), "Mental multiplication skill: Structure, process, and acquisition", *Canadian Journal of Psychology/Revue canadienne de psychologie*, Vol. 39/2, pp. 338.
- Campbell, J.I. and J.C. Timm (2000), "Adults' strategy choices for simple addition: Effects of retrieval interference", *Psychonomic Bulletin and Review*, Vol. 7/4, pp. 692-699.
- Campbell, J.I. and Q.L. Xue (2001), "Cognitive arithmetic across cultures", *Journal of Experimental Psychology-General*, Vol. 130/2, pp. 299-315, <http://dx.doi.org/10.1037/0096-3445.130.2.299>.
- Cantlon, J.F. and E.M. Brannon (2006), "Shared system for ordering small and large numbers in monkeys and humans", *Psychological Science*, Vol. 17, pp. 401-406.
- Cantlon, J.F. et al. (2006), "Functional imaging of numerical processing in adults and 4-y-old children", *PLoS Biology*, Vol. 4, pp. 125.

- Cappelletti, M. (in press), "The Neuropsychology of Acquired Calculation Disorders", in R. Cohen Kadosh and A. Dowker (eds.), *The Handbook of Numerical Cognition*, Oxford University Press, Oxford.
- Cappelletti, M. and L. Cipolotti (2006), "Unconscious processing of Arabic numerals in unilateral neglect", *Neuropsychologia*, Vol. 44/10, pp. 1999-2006.
- Cappelletti, M., E.D. Freeman and L. Cipolotti (2009a), "Dissociations and interactions between time, numerosity and space processing", *Neuropsychologia*, Vol. 47/13, pp. 2732-2748.
- Cappelletti, M. et al. (2010), "The role of right and left parietal lobes in the conceptual processing of numbers", *Journal of Cognitive Neuroscience*, Vol. 22, pp. 331-346.
- Cappelletti, M., N. Muggleton and V. Walsh (2009b), "Quantity without numbers and numbers without quantity in the parietal cortex", *Neuroimage*, Vol. 46/2, pp. 522-529.
- Carey, S. (2004), "Bootstrapping and the origin of concepts", *Daedalus*, Vol. 133, pp. 59-68.
- Carlomagno, S. et al. (1999), "Dyscalculia in the early stages of Alzheimer's disease", *Acta Neurologica Scandinavica*, Vol. 99/3, pp. 166-174.
- Carraher, T.N., D.W. Carraher and A.D. Schliemann (1985), "Mathematics in the streets and in schools", *British journal of developmental psychology*, Vol. 3/1, pp. 21-29.
- Castelli, F., D.E. Glaser and B. Butterworth (2006), "Discrete and analogue quantity processing in the parietal lobe: A functional MRI study", *Proceeding of the National Academy of Science USA*, Vol. 103, pp. 4693-4698.
- Castronovo, J. and S.M. Göbel (2012), "Impact of high mathematics education on the number sense", *PloS one*, Vol. 7/4, <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0033832>.
- Cattaneo, Z. et al. (2011b), "Blind individuals show pseudoneglect in bisecting numerical intervals", *Attention, perception, and psychophysics*, Vol. 73/4, pp. 1021-1028.
- Chi, M. T. and D. Klahr (1975), "Span and rate of apprehension in children and adults", *Journal of Experimental Child Psychology*, Vol. 19/3, pp. 434-439.
- Chochon, F. et al. (1999), "Differential contributions of the left and right inferior parietal lobules to number processing", *Journal of Cognitive Neuroscience*, Vol. 11, pp. 617-630.
- Cohen Kadosh, K. and M.H. Johnson (2007), "Developing a cortex specialized for face perception", *Trends in Cognitive Sciences*, Vol. 11, pp. 367-369.
- Cohen Kadosh, R. et al. (in press), "Interventions for improving numerical abilities: Present and future", *Trends in Neuroscience and Education*.
- Cohen Kadosh, R. et al. (2011), "Specialisation in the human brain: The case of numbers", *Frontiers in Human Neuroscience*, Vol. 5, <http://dx.doi.org/10.3389/fnhum.2011.00062>.
- Cohen Kadosh, R. et al. (2007), "Virtual dyscalculia induced by parietal-lobe TMS impairs automatic magnitude processing", *Current Biology*, Vol. 17, pp. 689-693.

- Cohen Kadosh, R. et al. (2005), "Are numbers special? The comparison systems of the human brain investigated by fMRI", *Neuropsychologia*, Vol. 43, pp. 1238-1248.
- Cohen Kadosh, R. and A. Henik (2006), "When a line is a number: Color yields magnitude information in a digit-color synesthete", *Neuroscience*, Vol. 137, pp. 3-5.
- Cohen Kadosh, R., J. Lammertyn, J. and V. Izard (2008), "Are numbers special? An overview of chronometric, neuroimaging, developmental and comparative studies of magnitude representation", *Progress in Neurobiology*, Vol. 84, pp. 132-147.
- Cohen Kadosh, R. et al. (2010a), "Double dissociation of format-dependent and number-specific neurons in human parietal cortex", *Cerebral Cortex*, Vol. 20/9, pp. 2166-2171.
- Cohen Kadosh, R. et al. (2010b), "Modulating neuronal activity produces specific and long lasting changes in numerical competence", *Current Biology*, Vol. 20, pp. 2016-2020.
- Cohen Kadosh, R. and V. Walsh (2009), "Non-abstract numerical representations in the IPS: Further support, challenges, and clarifications", *Behavioral and Brain Sciences*, Vol. 32, pp. 356-373.
- Cohen Kadosh, R. and V. Walsh (2007), "Dyscalculia", *Current Biology*, Vol. 17, R946-R947.
- Cohen, L. et al. (2007), "Acalculia and Gerstmann's Syndrome", in *Cognitive and Behavioral Neurology of Stroke*, in O. Godefroy and J. Bogousslavsky (eds.), Cambridge University Press.
- Collignon, O. et al. (2006), "Improved selective and divided spatial attention in early blind subjects", *Brain Research*, Vol. 1075/1, pp. 175-182.
- Collins, A. and E. Koechlin (2012), "Reasoning, learning, and creativity: frontal lobe function and human decision-making", *PLoS biology*, Vol. 10/3, <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pbio.1001293>.
- Cowan, R. (2003), "Does it all add up? Changes in children's knowledge of addition combinations, strategies, and principles", in A. J. Baroody and A. Dowker (eds.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills: Constructing Adaptive Expertise*, Lawrence Erlbaum Associates, T Mahwah, NJ, pp. 35-74.
- Crollen, V. et al. (2011a), "Embodied numbers: The role of vision in the development of number-space interactions", *Cortex*, Vol. 49/1, pp. 276-283.
- Crollen, V. et al. (2011b), "The role of vision in the development of finger-number interactions: Finger-counting and finger-monitoring in blind children", *Journal of Experimental Child Psychology*, Vol. 109, pp. 525-539.
- Dahlin, E. et al. (2008), "Transfer of learning after updating training mediated by the striatum", *Science*, Vol. 320/5882, pp. 1510-1512.
- Dehaene, S. (2009), "Origins of mathematical intuitions", *Annals of the New York Academy of Sciences*, Vol. 1156/1, pp. 232-259.
- Dehaene, S. (1997), *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, Oxford University Press, Oxford, UK.

- Dehaene, S. (1996), "The organization of brain activations in number comparison: Event-related potentials and the additive-factors method", *Journal of Cognitive Neuroscience*, Vol. 8, pp. 47-68.
- Dehaene, S., S. Bossini and P. Giraux (1993), "The mental representation of parity and number magnitude", *Journal of Experimental Psychology: General*, Vol.122/3, p. 371.
- Dehaene, S. and J.P. Changeux (1993), "Development of elementary numerical abilities: A neuronal model", *Journal of Cognitive Neuroscience*, Vol. 5, pp. 390-407.
- Dehaene, S. and L. Cohen (2007), "Cultural recycling of cortical maps", *Neuron*, Vol. 56, pp. 384-398.
- Dehaene, S. and L. Cohen (1997), "Cerebral pathways for calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic", *Cortex*, Vol. 33, pp. 219-250.
- Dehaene, S. and L. Cohen (1995), "Towards an anatomical and functional model of number processing", *Mathematical Cognition*, Vol. 1, pp. 83-120.
- Dehaene, S. and L. Cohen (1991), "Two mental calculation systems: A case study of severe acalculia with preserved approximation", *Neuropsychologia*, Vol. 29/11, pp. 1045-1074.
- Dehaene, S. et al. (2003), "Three parietal circuits for number processing", *Cognitive Neuropsychology*, Vol. 20, pp. 487-506.
- Dehaene, S. et al. (1999), "Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence", *Science*, Vol. 284, pp. 970-974.
- Delazer, M. and T. Benke (1997), "Arithmetic facts without meaning", *Cortex*, Vol. 33, pp. 697-710.
- Delazer, M. and B. Butterworth (1997), "A dissociation of number meanings", *Cognitive Neuropsychology*, Vol. 14, pp. 613-636.
- Delazer, M. et al. (2005), "Learning by strategies and learning by drill – evidence from an fMRI study", *NeuroImage*, Vol. 25, pp. 838-849.
- Delazer, M. et al. (2004), "Number processing and basal ganglia dysfunction: A single case study", *Neuropsychologia*, Vol. 42/8, pp. 1050-1062.
- Delazer, M. et al. (2003), "Learning complex arithmetic – an fMRI study", *Cognitive Brain Research*, Vol. 18, pp. 76-88.
- Dellatolas, G. et al. (1996), "Number processing and mental calculation in school children aged 7 to 10 years: A transcultural comparison", *European Child and Adolescent Psychiatry*, Vol. 9, pp. 102-111.
- Deloche, G. et al. (1994), "Calculation and number processing: Assessment battery: role of demographic factors", *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, Vol. 16, pp. 295-208.
- Demeyere, N., V. Lestou and G.W. Humphreys (2010), "Neuropsychological evidence for a dissociation in counting and subitizing", *Neurocase*, Vol. 16/3, pp. 219-237.
- Desoete, A., H. Roeyers and A. De Clercq (2004), "Children with mathematics learning disabilities in Belgium", *Journal of Learning Disabilities*, Vol. 37, pp. 32-41.

- DFES. (2001). Guidance to support pupils with dyslexia and dyscalculia, DFES 0512/2001.
- Diamond, Adele (2013), "Executive Functions", *Annual Review of Psychology*, Vol. 64/1, pp. 135-168, <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-psych-113011-143750>.
- Docherty, S.J. et al. (2010), "A genome-wide association study identifies multiple loci associated with mathematics ability and disability", *Genes, Brain and Behavior*, Vol. 9/2, pp. 234-247.
- Domahs, F., L. Barthä and M. Delazer (2003), "Rehabilitation of arithmetic abilities: Different intervention strategies for multiplication", *Brain Lang*, Vol. 87, pp. 165-166.
- Dowker, A. (in press-a), "Individual differences in arithmetical abilities: The componential nature of arithmetic", in R. Cohen Kadosh and A. Dowker (eds.), *Oxford Handbook of Mathematical Cognition*, Oxford University Press, Oxford.
- Dowker, A. (in press-b), "Individual differences in arithmetical abilities: The componential nature of arithmetic", in R. Cohen Kadosh and A. Dowker (eds.), *The Handbook of Numerical Cognition*, Oxford University Press, Oxford.
- Dowker, A. (2009), *What works for children with mathematical difficulties: The effectiveness of intervention schemes*, Oxford University, pp. 29-30.
- Dowker, A. (2005), *Individual Differences in Arithmetic*, Psychology Press, Oxford.
- Dowker, A., S. Bala and D. Lloyd (2008), "Linguistic influences on mathematical development: How important is the transparency of the counting system", *Philosophical Psychology*, Vol. 21, pp. 523-538.
- Dowker, A., K. Bennett and L. Smith (2012), "Attitudes to Mathematics in Primary School Children", *Child Development Research*, Vol. 2012, p. 8.
- Durgin, F.H. (2008), "Texture density adaptation and visual number revisited", *Current Biology*, Vol. 18, R855-R856.
- Durston, S. and B.J. Casey (2006), "What have we learned about cognitive development from neuroimaging?", *Neuropsychologia*, Vol. 44/11, pp. 2149-2157.
- Durston, S. et al. (2006), "A shift from diffuse to focal cortical activity with development", *Developmental Science*, Vol. 9/1, pp. 1-8.
- El Yagoubi, R., P. Lemaire and M. Besson (2003), "Different brain mechanisms mediate two strategies in arithmetic: Evidence from Event-Related brain Potentials", *Neuropsychologia*, Vol. 41, pp. 855-862.
- Fehr, T. et al. (2010), "Neural correlates in exceptional mental arithmetic—About the neural architecture of prodigious skills", *Neuropsychologia*, Vol. 48, pp. 1407-1416.
- Feigenson, L., S. Dehaene and E. Spelke (2004), "Core systems of number", *Trends in Cognitive Sciences*, Vol. 8, pp. 307-314.
- Ferro, J.M. and S. Botelho (1980), "Alexia for Arithmetical Signs a Cause of Disturbed Calculation", *Cortex*, Vol. 16/1, pp. 175-180.

- Fias, W. et al. (2007), "Processing of abstract ordinal knowledge in the horizontal segment of the intraparietal sulcus", *The Journal of Neuroscience*, Vol. 27, pp. 8952-8956.
- Fias, W. et al. (2003), "Parietal representation of symbolic and non-symbolic magnitude", *Journal of Cognitive Neuroscience*, Vol. 15, pp. 1-11.
- Fischer, M.H. et al. (2003), "Perceiving numbers causes spatial shifts of attention", *Nature Neuroscience*, Vol. 6, pp. 555-556.
- Fischer, U. et al. (2011), "Sensori-motor spatial training of number magnitude representation", *Psychonomic Bulletin and Review*, Vol. 18/1, pp. 177-183, <http://dx.doi.org/10.3758/s13423-010-0031-3>.
- Fuchs, L.S. et al. (2005), "The Prevention, Identification, and Cognitive Determinants of Math Difficulty", *Journal of Educational Psychology*, Vol. 97/3, pp. 493.
- Fuhs, Mary Wagner and Nicole M. McNeil (2013), "ANS acuity and mathematics ability in pre-schoolers from low-income homes: Contributions of inhibitory control", *Developmental Science*, Vol. 16/1, pp. 136-148, <http://dx.doi.org/10.1111/desc.12013>.
- Geary, D.C., Frensch, P.A., and Wiley, J.G. (2000), "From infancy to adulthood: The development of numerical abilities", *European child and adolescent psychiatry*, Vol. 9/2, S11-S16, <https://web.missouri.edu/~gearyd/ECAPsychiatry.pdf>.
- Geary, D.C., Frensch, P.A., and Wiley, J.G. (1994), *Children's Mathematical Development: Research and Practical Applications*, American Psychological Association.
- Geary, D.C., P.A. Frensch and J.G. Wiley (1993), "Simple and complex mental subtraction: Strategy choice and speed-of-processing differences in younger and older adults", *Psychology and aging*, Vol. 8/2, p. 242.
- Geary, D.C. et al. (2008), "Development of number line representations in children with mathematical learning disability", *Developmental neuropsychology*, Vol. 33/3, pp.277-299.
- Gebuis, T. et al. (2009), "Automatic quantity processing in 5-year olds and adults", *Cognitive Processing*, Vol. 10, pp. 133-142.
- Gebuis, T. and B. Reynvoet (2012), "The interplay between non-symbolic number and its continuous visual properties", *Journal of Experimental Psychology: General*, Vol. 141, pp. 642-648.
- Gelman, R. and C.R. Gallistel (1978), *The Child's Understanding of Number*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
- Gerstmann, J. (1940), "Syndrome of finger agnosia, disorientation for right and left, agraphia and acalculia: Local diagnostic value", *Archives of Neurology and Psychiatry*, Vol. 44/2, p. 398.
- Gevers, W., B. Reynvoet and W. Fias (2003), "The mental representation of ordinal sequences is spatially organized", *Cognition*, Vol. 87, B87-B95.
- Gifford, S. and F. Rockliffe (2012), "Mathematics difficulties: does one approach fit all?", *Research in Mathematics Education*, Vol. 14, pp. 1-16.

- Gilmore, C. et al. (2013), "Individual differences in inhibitory control, not non-verbal number acuity, correlate with mathematics achievement", *PloS one*, Vol. 8/6, <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0067374>.
- Girelli, L., L. Bartha and M. Delazer (2002), "Strategic learning in the rehabilitation of semantic knowledge", *Neuropsychol Rehabil*, Vol.12, pp. 41-61.
- Girelli, L., D. Lucangeli and B. Butterworth (2000), "The development of automaticity in accessing number magnitude", *Journal of Experimental Child Psychology*, Vol. 76, pp. 104-122.
- Girelli, L. et al. (1999), "Progressive decline of numerical skills in dementia of Alzheimer's type", *Brain and Cognition*, Vol. 40/1, pp. 132-136.
- Girelli, L. and X. Seron (2001), "Rehabilitation of number processing and calculation skills", *Aphasiology*, Vol. 15/7, pp. 695-712.
- Glang, A. et al. (1992), "Tailoring direct instruction techniques for use with elementary students with brain injury", *The Journal of Head Trauma Rehabilitation*, Vol. 7/4, pp. 93-108.
- Goh, J.O. et al. (2007), "Age and culture modulate object processing and object-scene binding in the ventral visual area", *Cogn. Affect. Behav. Neurosci.*, Vol. 7, pp. 44-52.
- Gordon, P. (2004), "Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia", *Science*, Vol. 306, pp. 496-499.
- Goswami, U. (2006), "Neuroscience and education: From research to practice?", *Nature Reviews Neuroscience*, Vol. 7, pp. 406-411.
- Grabner, R.H. et al. (2009), "To retrieve or to calculate? Left angular gyrus mediates the retrieval of arithmetic facts during problem solving", *Neuropsychologia*, Vol. 47/2, pp. 604-608, <http://dx.doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2008.10.013>.
- Grabner, R.H. et al. (2007), "Individual differences in mathematical competence predict parietal brain activation during mental calculation", *NeuroImage*, Vol. 38, pp. 346-356.
- Griffin, S. (2007), "Early intervention for children at risk of developing mathematical learning difficulties", in D. Berch and M. Mazzocco (eds.), *Why is math so hard for some children?*, Brookes, Boston, MA, pp. 73-395.
- Groen, Guy and Lauren B. Resnick (1977), "Can preschool children invent addition algorithms?", *Journal of Educational Psychology*, Vol. 69/6, pp. 645-652.
- Gross, J., C. Hudson and D. Price (2009), *The long term costs of numeracy difficulties* (2nd edition), Every Child a Chance Trust.
- Grunau, R.E., M.F. Whitfield and T.B. Fay (2004), "Psychosocial and academic characteristics of extremely low birth weight (≤ 800 g) adolescents who are free of major impairment compared with term-born control subjects", *Pediatrics*, Vol. 114/6, e725-e732.
- Grunau, R.E., M.F. Whitfield and C. Davis (2002), "Pattern of learning disabilities in children with extremely low birth weight and broadly average intelligence", *Archives of pediatrics and adolescent medicine*, Vol. 156/6, p. 615.

- Hagen, E.W. et al. (2006), "School achievement in a regional cohort of children born very low birth weight", *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, Vol. 27/2, pp. 112-120.
- Halberda, J. and L. Feigenson (2008), "Developmental change in the acuity of the 'Number Sense': The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults", *Developmental psychology*, Vol. 44/5, p. 1457.
- Halberda, J. et al. (2012), "Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based sample", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 109/28, pp. 11116-11120.
- Halberda, J., M.M. Mazzocco and L. Feigenson (2008), "Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement", *Nature*, Vol. 455, pp. 665-668.
- Hanakawa, T. et al. (2003), "Neural correlates underlying mental calculation in abacus experts: A functional magnetic resonance imaging study", *Neuroimage*, Vol. 19/2, pp. 296-307.
- Hauser, M.D., P. MacNeilage and M. Ware (1996), "Numerical representations in primates", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 93/4, pp. 1514-1517.
- Hauser, Tobias U. et al. (2013), "Enhancing performance in numerical magnitude processing and mental arithmetic using transcranial Direct Current Stimulation (tDCS)", *Frontiers in Human Neuroscience*, Vol. 7, <http://dx.doi.org/10.3389/fnhum.2013.00244>.
- Hebb, D.O. (1949), *The Organization of Behavior*, Wiley and Sons, New York.
- Henik, A. and J. Tzelgov (1982). "Is three greater than five: The relation between physical and semantic size in comparison tasks", *Memory and Cognition*, Vol. 10, pp. 389-395.
- Hodgkin, L. (2005), *History of Mathematics: from Mesopotamia to Modernity*, Oxford University Press, Oxford.
- Holloway, I.D. and D. Ansari (2009), "Mapping numerical magnitudes onto symbols: The numerical distance effect and individual differences in children's mathematics achievement", *Journal of Experimental Child Psychology*, Vol. 103, pp. 19-27.
- Hook, C.J. and M.J. Farah (2013), "Neuroscience for educators: what are they seeking, and what are they finding?", *Neuroethics*, Vol. 6/2, pp. 331-341.
- Howard-Jones, P. (2014), *Neuroscience and Educational Intervention (Review)*, Education Endowment Foundation.
- Howard-Jones, P. et al. (2011), "Toward a science of learning games", *Mind, Brain, and Education*, Vol. 5/1, pp. 33-41.
- Humphreys, G.W. et al. (2012), *BCoS: Brain behaviour analysis*, Psychology Press, London.
- Imbo, I. (2007), *Strategy Selection and Strategy Efficiency in mental arithmetic* (Doctoral), Ghent University.
- Isaacs, E. B. et al. (2001), "Calculation difficulties in children of very low birth weight: A neural correlate", *Brain*, Vol. 124, pp. 1701-1707, <http://dx.doi.org/10.1093/brain/124.9.1701>.

- Ischebeck, A., M. Schocke and M. Delazer (2009), "The processing and representation of fractions within the brain: An fMRI investigation", *NeuroImage*, Vol. 47, pp. 403-413.
- Ischebeck, A. et al. (2007), "Imaging early practice effects in arithmetic", *NeuroImage*, Vol. 36, pp. 993-1003, <http://dx.doi.org/10.1016/j.neuroimage.2007.03.051>.
- Ischebeck, A. et al. (2006), "How specifically do we learn? Imaging the learning of multiplication and subtraction", *NeuroImage*, Vol. 30, pp. 1365-1375.
- Iuculano, Teresa Roi Cohen Kadosh (2013), "The mental cost of cognitive enhancement", *The Journal of Neuroscience*, Vol. 33/10, pp. 4482-4486, <http://dx.doi.org/10.1523/jneurosci.4927-12.2013>.
- Izard, V., G. Dehaene-Lambertz, G. S. Dehaene (2008), "Distinct cerebral pathways for object identity and number in human infants", *PLoS Biology*, Vol. 6, e11, <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pbio.0060011>.
- Izard, V. et al. (2009), "Newborn infants perceive abstract numbers", *Proceeding of the National Academy of Science USA*, Vol. 106, pp. 10382-10385.
- Izard, V. (2011), "Flexible intuitions of Euclidean geometry in an Amazonian indigene group", *Proceedings of the National Academy of Science*, <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.1016686108>.
- Jenkins, L. et al. (2000), "Converging evidence that visuospatial cognition is more age-sensitive than verbal cognition", *Psychol Aging*, Vol. 15/1, pp.157-175.
- Johnson, E. O. and N. Breslau (2000), "Increased risk of learning disabilities in low birth weight boys at age 11 years", *Biological psychiatry*, Vol. 47/6, pp. 490-500.
- Jordan, N.C., L. Blanton and H.Z. Uberti (2003), "Mathematical thinking and learning difficulties", in A. Baroody and A. Dowker (eds.), *The Development of Arithmetical Concepts and Skills*, Erlbaum, Mahwah, N.J., pp. 359-383.
- Kaufmann, L. et al. (2011), "Meta-Analyses of Developmental fMRI Studies Investigating Typical and Atypical Trajectories of Number Processing and Calculation", *Developmental Neuropsychology*, Vol. 36/6, pp. 763-787.
- Kaufmann, L. et al. (2006), "Neural correlates of the number-size interference task in children", *NeuroReport*, Vol. 17, pp. 587-591.
- Kaufmann, L. et al. (2005), "Neural correlates of distance and congruity effects in a numerical Stroop task: An event-related fMRI study", *NeuroImage*, Vol. 25, pp. 888-898.
- Kaufmann, L. et al. (2002), "About the relationship between basic numerical processing and arithmetic in early Alzheimer's disease: a follow-up study", *Brain and Cognition*, Vol. 48, pp. 398-405.
- Kaufman, E. L. et al. (1949), "The discrimination of visual number", *The American Journal of Psychology*, Vol. 62/4, pp. 498-525.
- Kawashima, Ryuta, et al. (2004), "A functional MRI study of simple arithmetic – a comparison between children and adults", *Cognitive Brain Research*, Vol. 18/3, pp. 227-233.

- Keller, K., and V. Menon (2009), "Gender differences in the functional and structural neuroanatomy of mathematical cognition", *Neuroimage*, Vol. 47/1, pp. 342-352.
- Kelly, C., J.J. Foxe and H. Garavan (2006), "Patterns of normal human brain plasticity after practice and their implications for neurorehabilitation", *Archives of physical medicine and rehabilitation*, Vol. 87/12, pp. 20-29.
- Kerchner, G.A. et al. (2012), "Cognitive processing speed in older adults: relationship with white matter integrity", *PloS one*, Vol. 7/11, <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0050425>.
- Kirk, E.P. and M.H. Ashcraft (2001), "Telling stories: The perils and promise of using verbal reports to study math strategies", *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, Vol. 27/1, p. 157.
- Klebanov, P.K., J. Brooks-Gunn and M.C. McCormick (1994), "School achievement and failure in very low birth weight children", *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, Vol. 15/4, pp. 248-256.
- Kleinschmidt, A. and E. Rusconi (2011), "Gerstmann Meets Geschwind A Crossing (or Kissing) Variant of a Subcortical Disconnection Syndrome?", *The Neuroscientist*, Vol. 17/6, pp. 633-644.
- Klingberg, T. et al. (2005), "Computerized training of working memory in children with ADHD-A randomized, controlled trial", *Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry*, Vol. 44/2, pp. 177-186.
- Kobayashi, C., G.H. Glover and E. Temple (2007), "Cultural and linguistic effects on neural bases of 'Theory of Mind' in American and Japanese children", *Brain Res.*, Vol. 1164, pp. 95-107.
- Koontz, K.L. and D.B. Berch (1996), "Identifying simple numerical stimuli: Processing inefficiencies exhibited by arithmetic learning disabled children", *Mathematical Cognition*, Vol. 2, pp. 1-23.
- Kovas, Y. et al. (2007), "The genetic and environmental origins of learning abilities and disabilities in the early school years", *Monographs of the Society for Research in Child Development*, Vol. 72/3, pp. 1-158, <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-5834.2007.00453.x>.
- Krause, B. and R. Cohen Kadosh (2013), Can transcranial electrical stimulation improve learning difficulties in atypical brain development? A future possibility for cognitive training. *Developmental Cognitive Neuroscience*.
- Kroeger, L.A., R.D. Brown and B.A. O'Brien (2012), "Connecting neuroscience, cognitive, and educational theories and research to practice: A review of mathematics intervention programs", *Early Education and Development*, Vol. 23/1, pp. 37-58.
- Kucian, K. et al. (2013), "Developmental dyscalculia: A dysconnection syndrome?", *Brain Structure and Function*, <http://dx.doi.org/10.1007/s00429-013-0597-4>.
- Kucian, K. et al. (2011), "Mental number line training in children with developmental dyscalculia", *NeuroImage*, Vol. 57, pp. 782-795.
- Kucian, K. et al. (2008), "Development of Neural Networks for Exact and Approximate Calculation: A fMRI Study", *Developmental Neuropsychology*, Vol. 33/4, pp. 447-473, <http://dx.doi.org/10.1080/87565640802101474>.

- Laiacona, M. and A. Lunghi (1997), "A case of concomitant impairment of operational signs and punctuation marks", *Neuropsychologia*, Vol. 35/3, pp. 325-332.
- Lancy, D.F. (1978), "Indigenous mathematics systems", *Papua New Guinea Journal of Education* (Special Issue), Vol. 14, pp. 6-15.
- Landerl, K., A. Bevan and B. Butterworth (2004), "Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8–9-year-old students", *Cognition*, Vol. 93, pp. 99-125.
- Lee, K. M. (2000), "Cortical areas differentially involved in multiplication and subtraction: A functional magnetic resonance imaging study and correlation with a case of selective acalculia", *Annals of Neurology*, Vol. 48/4, pp. 657-661.
- LeFevre, J.A., A.G. Kulak and J. Bisanz (1991), "Individual differences and developmental change in the associative relations among numbers", *Journal of Experimental Child Psychology*, Vol. 52/2, pp. 256-274.
- Lehto, J.E. et al. (2003), "Dimensions of executive functioning: Evidence from children", *British Journal of Developmental Psychology*, Vol. 21/1, pp. 59-80.
- Lemaire, P. and L. Arnaud (2008), "Young and older adults' strategies in complex arithmetic", *The American Journal of Psychology*, Vol. 121/1, pp. 1-16.
- Lemaire, P. et al. (1994), "Automatic activation of addition and multiplication facts in elementary school children", *Journal of Experimental Child Psychology*, Vol. 57/2, pp. 224-258.
- Lemaire, P. and M. Lecacheur (2011), "Age-related changes in children's executive functions and strategy selection: A study in computational estimation", *Cognitive Development*, Vol. 26/3, pp. 282-294.
- Lemaire, P. and R.S. Siegler (1995), "Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication", *Journal of experimental Psychology: General*, Vol. 124/1, pp. 83-97.
- Libertus, M.E. and E.M. Brannon (2010), "Stable individual differences in number discrimination in infancy", *Developmental science*, Vol. 13/6, pp. 900-906.
- Libertus, M. E., L. Feigenson and J. Halberda (2013), "Is approximate number precision a stable predictor of math ability?", *Learning and Individual Difference*, Vol. 25, pp. 126-133.
- Libertus, M. E., L. Feigenson and J. Halberda (2011), "Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability", *Developmental science*, Vol. 14/6, pp.1292-1300.
- Libertus, M.E., D. Odic and J. Halberda (2012), "Intuitive sense of number correlates with math scores on college-entrance examination", *Acta psychologica*, Vol. 141/3, pp. 373-379.
- Link, T. et al. (2013), "Walk the number line—An embodied training of numerical concepts", *Trends in Neuroscience and Education*, Vol. 2/2, pp. 74-84.
- Lipton, J.S. and E.S. Spelke (2003), "Origins of number sense: Large-number discrimination in human infants", *Psychological Science*, Vol. 14, pp. 396-401.
- Lochy, A., F. Domahs and M. Delazer (2005), "Rehabilitation of acquired calculation and number processing disorders", *Handbook of mathematical cognition*, pp. 469-485.

- Logan, G.D. (1988), "Toward an instance theory of automatization", *Psychological Review*, Vol. 95, pp. 492-527.
- Lyons, I.M. et al. (2014), "Numerical predictors of arithmetic success in grades 106", *Developmental Science*, pp. 1-13.
- Lyons, I.M. and S.L. Beilock (2013), "Ordinality and the nature of symbolic numbers", *The Journal of Neuroscience*, Vol. 33/43, pp. 17052-17061.
- Maloney, E.A. and S.L. Beilock (2012), "Math anxiety: Who has it, why it develops, and how to guard against it", *Trends in cognitive sciences*, Vol. 16/8, pp. 404-406.
- Mandler, G. and B.J. Shebo (1982), "Subitizing: An analysis of its component processes", *Journal of Experimental Psychology: General*, Vol. 111/1, pp. 1-22.
- Mantovan, M.C. et al. (1999), "The breakdown of calculation procedures in Alzheimer's disease", *Cortex*, Vol. 35/1, pp. 21-38.
- Marshack, A. (1991), *The Roots of Civilization*, Colonial Hill, Mount Kisco, New York.
- Marshuetz, C. et al. (2006a), "Working memory for order and the parietal cortex: An event-related functional magnetic resonance imaging study", *Neuroscience*, Vol. 139/1, pp. 311-316.
- Marshuetz, C. et al. (2006b), "Order information in working memory: fMRI evidence for parietal and prefrontal mechanisms", *Journal of Cognitive Neuroscience*, Vol. 12/2, pp. 130-144.
- Mayer, E. et al. (1999), "A pure case of Gerstmann syndrome with a subangular lesion", *Brain*, Vol. 122, pp. 1107-1120.
- McCloskey, M., P. Macaruso and T. Whetstone (1992), "The functional architecture of numerical processing mechanisms: Defending the modular model", *Advances in psychology*, Vol. 91, pp. 493-537.
- McComb, K., C. Packer and A. Pusey (1994), "Roaring and numerical assessment in contests between groups of female lions, *Panthera leo*", *Animal Behaviour*, Vol. 47, pp. 379-387.
- McCrink, K. and K. Wynn (2007), "Ratio abstraction by 6-month-old infants", *Psychological Science*, Vol. 18, pp. 740-745.
- McNab, F. et al. (2009), "Changes in cortical dopamine D1 receptor binding associated with cognitive training", *Science*, Vol. 323/5915, pp. 800-802.
- Melhuish, E.C. et al. (2008), "Preschool influences on mathematics achievement", *Science*, Vol. 321/5893, pp. 1161-1162.
- Menon, V. (2015). "Arithmetic in the child and adult brain", in R. Cohen Kadosh and A. Dowker (eds.), *The Handbook of Numerical Cognition*, Oxford University Press, Oxford.
- Menon, V. et al. (2002), "Prefrontal cortex involvement in processing incorrect arithmetic equations: Evidence from event-related fMRI", *Human brain mapping*, Vol. 16/2, pp. 119-130.

- Menon, V. et al. (2000), "Functional optimization of arithmetic processing in perfect performers", *Cognitive Brain Research*, Vol. 9/3, pp. 343-345.
- Miller, H. and J. Bichsel (2004), "Anxiety, working memory, gender, and math performance", *Personality and Individual Differences*, Vol. 37/3, pp. 591-606.
- Milner, A.D. and M.A. Goodale (2008), "Two visual systems re-viewed", *Neuropsychologia*, Vol. 46/3, pp. 774-785.
- Miyake, A. et al. (2000), "The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex 'frontal lobe' tasks: A latent variable analysis", *Cognitive psychology*, Vol. 41/1, pp. 49-100.
- Moeller, K. et al. (2012), "Learning and development of embodied numerosity", *Cognitive Processing*, Vol. 13/0, pp. 271-274, <http://dx.doi.org/10.1007/s10339-012-0457-9>.
- Moeller, K. et al. (2009), "Children's early mental number line: Logarithmic or decomposed linear?", *Journal of Experimental Child Psychology*, Vol. 103, pp. 503-515.
- Molko, N. et al. (2003), "Functional and structural alterations of the intraparietal sulcus in a developmental dyscalculia of genetic origin", *Neuron*, Vol. 40, pp. 847-858.
- Moyer, R.S. and T.K. Landauer (1967), "Time required for judgment of numerical inequality", *Nature*, Vol. 215, pp. 1519-1520.
- Naccache, L. and S. Dehaene (2001), "The priming method: Imaging unconscious repetition priming reveals an abstract representation of number in the parietal lobes", *Cerebral Cortex*, Vol. 11, pp. 966-974.
- Nieder, A., D.J. Freedman and E.K. Miller (2002), "Representation of the quantity of visual items in the primate prefrontal cortex", *Science*, Vol. 297, pp. 1708-1711.
- Nieder, A. and E.K. Miller (2004), "A parieto-frontal network for visual numerical information in the monkey", *Proceedings of the National Academy of Science*, Vol. 101, USA, pp. 7457-7462.
- Nitsche, M.A. and W. Paulus (2000), "Excitability changes induced in the human motor cortex by weak transcranial direct current stimulation", *Journal of Physiology-London*, Vol. 527/3, pp. 633-639.
- Noël, M.P., X. Seron and F. Trovarelli (2004), "Working memory as a predictor of addition skills and addition strategies in children", *Cahiers de Psychologie Cognitive/Current Psychology of Cognition*, Vol. 22/1, pp. 3-25.
- Núñez-Peña, M.I., M. Cortiñas and C. Escera (2006), "Problem size effect and processing strategies in mental arithmetic", *NeuroReport*, Vol. 17/4, pp. 357-360.
- O'Callaghan, M.J. et al. (1996), "School performance of ELBW children: A controlled study", *Developmental Medicine and Child Neurology*, Vol. 38/10, pp. 917-926.
- OECD (1996), *Lifelong Learning for All*, OECD Publishing, Paris.
- Oliver, B. (2004), "A twin study of teacher-reported mathematics performance and low performance in 7-year olds", *Journal of Educational Psychology*, Vol. 96, pp. 504-517.

- Parsons, J.L. et al. (2004), "Effects of a High School-Based Peer-Delivered Corrective Mathematics Program", *Journal of Direct Instruction*, Vol. 4, pp. 95-103.
- Parsons, S. and J. Bynner (2005), *Does numeracy matter more?*, NRDC, London.
- Paulesu, E. et al. (2000), "A cultural effect on brain function", *Nature Neuroscience*, Vol. 3, pp. 91-96.
- Pauli, Paul et al. (1994), "Brain potentials during mental arithmetic: effects of extensive practice and problem difficulty", *Cognitive Brain Research*, Vol. 2/1, pp. 21-29.
- Pesenti, M. et al. (2001), "Mental calculation in a prodigy is sustained by right prefrontal and medial temporal areas", *Nature Neuroscience*, Vol. 4, pp. 103-107.
- Pesenti, M. et al. (2000), "Neuroanatomical substrates of Arabic number processing, numerical comparison, and simple addition: A PET study", *Journal of Cognitive Neuroscience*, Vol. 12, pp. 461-479.
- Piazza, M. (2010), "Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia", *Cognition*, Vol. 116/1, pp. 34-41.
- Piazza, M. et al. (2007), "A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex", *Neuron*, Vol. 53, pp. 293-305.
- Piazza, M. et al. (2004), "Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus", *Neuron*, Vol. 44, pp. 547-555.
- Piazza, M. et al. (2002), "Are subitizing and counting implemented as separate or functionally overlapping processes?", *NeuroImage*, Vol. 15, pp. 435-446.
- Pica, P. et al. 2004), "Exact and approximate arithmetic in Amazonian indigene group", *Science*, Vol. 306, pp. 499-503.
- Pinel, P. and S. Dehaene (2013), "Genetic and environmental contributions to brain activation during calculation", *Neuroimage*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.neuroimage.2013.04.118>.
- Pinel, P. et al. (2004), "Distributed and overlapping cerebral representations of number, size, and luminance during comparative judgments", *Neuron*, Vol. 41, pp. 983-993.
- Pinel, P. et al. (2001), "Modulation of parietal activation by semantic distance in a number comparison task", *NeuroImage*, Vol. 14, pp. 1013-1026.
- Pinto-Martin, J. et al. (2004), "Special education services and school performance in a regional cohort of low-birthweight infants at age nine", *Paediatric and perinatal epidemiology*, Vol. 18/2, pp. 120-129.
- Plomin, R. and Y. Kovas (2005), "Generalist genes and learning disabilities", *Psychological bulletin*, Vol. 131/4, p. 592.
- Plomin, R., Y. Kovas and C.M.A. Haworth (2007), "Generalist Genes: Genetic Linkes Between Brain, Mind, and Education", *Mind, Brain, and Education*, Vol. 1/1, pp. 11-19.
- Poldrack, R.A. (2000), "Imaging brain plasticity: Conceptual and methodological issues - a theoretical review", *NeuroImage*, Vol. 12, pp. 1-13.

- Price, C.J. (2000), "The anatomy of language: Contributions from functional neuroimaging", *Journal of anatomy*, Vol. 197/3, pp. 335-359.
- Price, G.R. et al. (2012), "Nonsymbolic numerical magnitude comparison: Reliability and validity of different task variants and outcome measures, and their relationship to arithmetic achievement in adults", *Acta psychological*, Vol. 140/1, pp. 50-57.
- Raghubar, Kimberly P., Marcia A. Barnes and Steven A. Hecht (2010), "Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches", *Learning and Individual Differences*, Vol. 20/2, pp. 110-122, <http://dx.doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.005>.
- Räsänen, P. et al. (2009), "Computer-assisted intervention for children with low numeracy skills", *Cognitive Development*, Vol. 24/4, pp. 450-472, <http://dx.doi.org/10.1016/j.cogdev.2009.09.003>.
- Reeve, R. et al. (2012), "Stability and change in markers of core numerical competencies", *Journal of Experimental Psychology: General*, Vol. 141, pp. 649-666.
- Restle, F. (1970), "Speed of adding and comparing numbers", *Journal of Experimental Psychology*, Vol. 83, pp. 274-278.
- Rickard, T.C. (2004), "Strategy execution in cognitive skill learning: An item-level test of candidate models", *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, Vol. 30/1, p. 65.
- Rickard, T.C. et al. 2000), "The calculating brain: An fMRI study", *Neuropsychologia*, Vol. 38, pp. 325-335.
- Riggs, K.J. et al. (2006), "Subitizing in tactile perception", *Psychological Science*, Vol. 17/4, pp. 271-271.
- Rivera, S.M. et al. (2005), "Developmental changes in mental arithmetic: Evidence for increased functional specialization in the left inferior parietal cortex", *Cerebral Cortex*, Vol. 25, pp. 1779-1790.
- Roitman, J.D., E.M. Brannon and M.L. Platt (2007), "Monotonic coding of numerosity in macaque lateral intraparietal area", *PLoS Biology*, Vol. 5, <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pbio.0050208>.
- Rosenberg-Lee, M., M. Barth and V. Menon (2011), "What difference does a year of schooling make?: Maturation of brain response and connectivity between 2nd and 3rd grades during arithmetic problem solving", *NeuroImage*, Vol. 57/3, pp. 796-808, <http://dx.doi.org/10.1016/j.neuroimage.2011.05.013>.
- Ross, J. and D.C. Burr (2010), "Vision senses number directly", *Journal of Vision*, Vol. 10/2, pp. 1-8.
- Roussel, J.L., M. Fayol and P. Barrouillet (2002), "Procedural vs. direct retrieval strategies in arithmetic: A comparison between additive and multiplicative problem solving", *European Journal of Cognitive Psychology*, Vol. 14/1, pp.61-104.
- Rousselle, L. and M.P. Noel (2007), "Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing", *Cognition*, Vol. 102, pp. 361-395.

- Rubinsten, O. and A. Henik (2009), "Developmental dyscalculia: Heterogeneity may not mean different mechanisms", *Trends in Cognitive Sciences*, Vol. 13, pp. 92-99.
- Rubinsten, O. and A. Henik (2005), "Automatic activation of internal magnitudes: A study of developmental dyscalculia", *Neuropsychology*, Vol. 19, pp. 641-648.
- Rubinsten, O. et al. (2002), "The development of internal representations of magnitude and their association with Arabic numerals", *Journal of Experimental Child Psychology*, Vol. 81, pp. 74-92.
- Rusconi, E. et al. (2010), "The enigma of Gerstmann's syndrome revisited: A telling tale of the vicissitudes of neuropsychology", *Brain*, Vol. 133, pp. 320-332.
- Rusconi, E., V. Walsh and B. Butterworth (2005), "Dexterity with numbers: rTMS over left angular gyrus disrupts finger gnosis and number processing", *Neuropsychologia*, Vol. 43, pp. 1609-1624.
- Rykhlevskaia, E. et al. (2009), "Neuroanatomical correlates of developmental dyscalculia: Combined evidence from morphometry and tractography", *Frontiers in Human Neuroscience*, Vol. 3, p. 51.
- Sader, E. et al. (submitted), *Examining cognitive and anatomical markers of the mathematical brain*.
- Saigal, S. et al. (2000), "School difficulties at adolescence in a regional cohort of children who were extremely low birth weight", *Pediatrics*, Vol. 105/2, pp. 325-331.
- Sala, S.D. and H. Spinnler (1994), "Finger agnosia: Fiction or reality?", *Archives of Neurology and Psychiatry*, Vol. 51/5, p. 448.
- Salillas, E. (2009), "Numbers in the Blind's 'Eye'", *PloS one*, Vol. 4/7, <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0006357>.
- Santens, S. (2010), "Number processing pathways in human parietal cortex", *Cerebral Cortex*, Vol. 20/1, pp. 77-88.
- Sasanguie, D. et al. (2013a), "The approximate number system is not predictive for symbolic number processing in kindergartners", *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, pp. 1-26.
- Sasanguie, D. et al. (2013b), "Approximate number sense, symbolic number processing, or number-space mappings: What underlies mathematics achievement?", *Journal of experimental child psychology*, Vol. 114/3, pp. 418-431.
- Sasson, E. et al. (2012), "Structural correlates of cognitive domains in normal aging with diffusion tensor imaging", *Brain Structure and Function*, Vol. 217/2, pp. 503-515.
- Sato, M. et al. (2007), "Numbers within our hands: Modulation of corticospinal excitability of hand muscles during numerical judgment", *Journal of Cognitive Neuroscience*, Vol. 19, pp. 684-693.
- Sawamura, H., K. Shima and J. Tanji (2002), "Numerical representation for action in the parietal cortex of the monkey", *Nature*, Vol. 415, pp. 918-922.
- Schlaggar, Bradley L. et al. (2002), "Functional neuroanatomical differences between adults and school-age children in the processing of single words", *Science*, Vol. 296/5572, pp. 1476-1479.

- Schmitt, J. et al. (2008), "Identification of genetically mediated cortical networks: a multivariate study of pediatric twins and siblings", *Cereb. Cortex*, Vol. 18, pp. 1737-1747.
- Seron, X. (2012), "Can teachers count on mathematical neurosciences?", in S. Della Sala and M. Anderson, M. (eds.), *Neuroscience in Education: The good, the bad and the ugly*, Oxford University Press, Oxford, pp. 91-92.
- Shaki, S. and M.H. Fischer (2008), "Reading space into numbers – a cross-linguistic comparison of the SNARC effect", *Cognition*, Vol. 108, pp. 590-599.
- Shalev, R.S. et al. (2001), "Developmental dyscalculia is a familial learning disability", *Journal of Learning Disabilities*, Vol. 34, pp. 59-65.
- Sharon, T. and K. Wynn (1998), "Individuation of actions from continuous motion", *Psychological Science*, Vol. 9/5, pp. 357-362.
- Sherlock, R.L., P.J. Anderson and L.W. Doyle (2005), "Neurodevelopmental sequelae of intraventricular haemorrhage at 8 years of age in a regional cohort of ELBW/very preterm infants", *Early human development*, Vol. 81/11, pp. 909-916.
- Short, E.J. et al. (2007), "Developmental sequelae in preterm infants having a diagnosis of bronchopulmonary dysplasia: analysis using a severity-based classification system", *Archives of pediatrics and adolescent medicine*, Vol. 161/11, p. 1082.
- Shuman, M. and N. Kanwisher (2004), "Numerical magnitude in the human parietal lobe: Tests of representational generality and domain specificity", *Neuron*, Vol. 44, pp. 557-569.
- Siegler, R.S. and J.L. Booth (2004), "Development of numerical estimation in young children", *Child Development*, Vol. 75, pp. 428-444.
- Siegler, R.S. and J.E. Opfer (2003), "The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity", *Psychological Science*, Vol. 14, pp. 237-243.
- Siegler, R.S. and G.B. Ramani (2008), "Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development", *Developmental science*, Vol. 11/5, pp. 655-661.
- Siegler, R.S. and J. Shrager (1984), "Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do?", in C. Sophian (ed.), *Origins of cognitive skills*.
- Simon, T.J., S.J. Hespos, P. Rochat (1995), "Do infants understand simple arithmetic? A replication of Wynn (1992)", *Cognitive Development*, Vol. 10/2, pp. 253-269.
- Snowball, A. et al. (2013), "Long-Term Enhancement of Brain Function and Cognition Using Cognitive Training and Brain Stimulation", *Current Biology*, Vol. 23/11, pp. 987-992.
- Sommers, J. (1991), "Direct instruction programs produce significant gains with at-risk middle-school students", *Direct Instruction News*, Vol. 11, pp. 7-14.
- Stanescu-Cosson, R. et al. (2000), "Understanding dissociations in dyscalculia: A brain imaging study of the impact of number size on the cerebral networks for exact and approximate calculation", *Brain*, Vol. 123/11, pp. 2240-2255.

- Starkey, P. (1992), "The early development of numerical reasoning", *Cognition*, Vol. 43/2, pp. 93-126.
- Starkey, P. and R.G. Cooper (1980), "Perception of numbers by human infants", *Science*, Vol. 210/4473, pp. 1033-1035.
- Starkey, P., E.S. Spelke and R. Gelman (1990), "Numerical abstraction by human infants", *Cognition*, Vol. 36/2, pp. 97-127.
- Starkey, P., E.S. Spelke and R. Gelman, (1983), "Detection of intermodal numerical correspondences by human infants", *Science*, Vol. 222, pp. 179-181.
- Swanson, H.L. and M. Beebe-Frankenberger (2004), "The Relationship Between Working Memory and Mathematical Problem Solving in Children at Risk and Not at Risk for Serious Math Difficulties", *Journal of Educational Psychology*, Vol. 96/3, pp. 471.
- Szűcs, D., and V. Csépe (2005), "The parietal distance effect appears in both the congenitally blind and matched sighted controls in an acoustic number comparison task", *Neuroscience letters*, Vol. 384/1, pp. 11-16.
- Tang, Y. et al. (2006), "Arithmetic processing in the brain shaped by cultures", *Proceedings of the National Academy of Science USA*, Vol. 103, pp. 10775-10780.
- Taylor, H.G., K.A. Espy and P.J. Anderson (2009), "Mathematics deficiencies in children with very low birth weight or very preterm birth", *Developmental disabilities research reviews*, Vol. 15/1, pp. 52-59.
- Taylor, H.G. et al. (2006), "Consequences and risks of < 1000-g birth weight for neuropsychological skills, achievement, and adaptive functioning", *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, Vol. 27/6, pp. 459-469.
- Taylor, H.G. et al. (2000), "Middle-school-age outcomes in children with very low birthweight", *Child development*, Vol. 71/6, pp. 1495-1511.
- Taylor, H.G. et al. (1995), "Achievement in children with birth weights less than 750 grams with normal cognitive abilities: Evidence for specific learning disabilities", *Journal of Pediatric Psychology*, Vol. 20/6, pp. 703-719.
- The Royal Society (2011), *Neuroscience: Implications for education and lifelong learning Brain Waves Module 2*, London.
- The Wellcome Trust (2014), "How neuroscience is affecting education", Report of teacher and parent surveys.
- Thompson, P.M. et al. (2001), "Genetic influences on brain structure", *Nature Neuroscience*, Vol. 4, pp. 1253-1258.
- Touron, D.R. and C. Hertzog (2004), "Distinguishing age differences in knowledge, strategy use, and confidence during strategic skill acquisition", *Psychol Aging*, Vol. 19/3, pp. 452-466.
- Trick, L.M. and Z.W. Pylyshyn (1994), "Why are small and large numbers enumerated differently? A limited-capacity preattentive stage in vision", *Psychological review*, Vol. 101/1, pp. 80-102.

- van Dijck, J.P. et al.(2015), "Linking Numbers to Space: From the Mental Number Line towards a Hybrid Account", in R.D. Cohen Kadosh, A. (ed.), *The Handbook of Numerical Cognition*, Oxford University Press, Oxford.
- Varma, S., B.D. McCandliss and D.L. Schwartz (2008), "Scientific and pragmatic challenges for bridging education and neuroscience", *Educational Researcher*, Vol. 37, pp. 140-152.
- Vohr, B.R. et al. (2004), "Center differences and outcomes of extremely low birth weight infants", *Pediatrics*, Vol. 113/4, pp. 781-789.
- Vohr, B.R. et al. (2003), "School-age outcomes of very low birth weight infants in the indomethacin intraventricular hemorrhage prevention trial", *Pediatrics*, Vol. 111/4, e340-e346.
- von Aster, M.G. and R.S. Shalev (2007), "Number development and developmental dyscalculia", *Developmental Medicine and Child Neurology*, Vol. 49, pp. 868-873.
- Walsh, V. (2003), "A theory of magnitude: Common cortical metrics of time, space and quantity", *Trends in Cognitive Sciences*, Vol. 7, pp. 483-488.
- Warrington, E.K. (1982), "The fractionation of arithmetical skills: A single case study", *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, Vol. 34/1, pp. 31-51.
- Wassmann, J. and R. Pierre (1994), "Yupno Number System and Counting", *Dasen Journal of Cross-Cultural Psychology*, Vol. 25/78.
- Wiese, H. (2003), "Iconic and non-iconic stages in number development: The role of language", *Trends in Cognitive Sciences*, Vol. 7, pp. 385-390.
- Willingham, D.T. (2009), "Three problems in the marriage of neuroscience and education", *Cortex*, Vol. 45/4, pp. 544-545.
- Wilson, A.J. et al. (2006), "Principles underlying the design of 'The Number Race', an adaptive computer game for remediation of dyscalculia", *Behavioral and Brain Functions*, Vol. 2, p. 19.
- Wilson, K.M. and H.L. Swanson (2001), "Are mathematics disabilities due to a domain-general or a domain-specific working memory deficit?", *Journal of Learning Disabilities*, Vol. 34/3, pp. 237-248.
- Wu, S.S. et al. (2009), "Functional heterogeneity of inferior parietal cortex during mathematical cognition assessed with cytoarchitectonic probability maps", *Cerebral Cortex*, Vol. 19/12, pp. 2930-2945.
- Wu, T.H. et al. (2009), "Effects of long-term practice and task complexity on brain activities when performing abacus-based mental calculations: A PET study", *European journal of nuclear medicine and molecular imaging*, Vol. 36/3, pp. 436-445.
- Wynn, K. (1996), "Infants' individuation and enumeration of actions", *Psychological Science*, Vol. 7/3, pp. 164-169.
- Wynn, K. (1992), "Addition and subtraction by human infants", *Nature*, Vol. 358, pp. 749-750.
- Zago, L. et al. (2008), "How verbal and spatial manipulation networks contribute to calculation: An fMRI study", *Neuropsychologia*, Vol. 46, pp. 2403-2414.

- Zamarian, L. and M. Delazer (2015), “Arithmetic learning in adults – Evidence from brain imaging”, in R. Cohen Kadosh and A. Dowker (eds.), *The Handbook of Numerical Cognition*. Oxford University Press, Oxford.
- Zamarian, L., A. Ischebeck and M. Delazer (2009), “Neuroscience of learning arithmetic—Evidence from brain imaging studies”, *Neuroscience and Biobehavioral Reviews*, Vol. 33/6, pp. 909-925.
- Zatorre, Robert J., R. Douglas Fields and Heidi Johansen-Berg (2012), “Plasticity in gray and white: Neuroimaging changes in brain structure during learning”, *Nature Neuroscience*, Vol. 15/4, pp. 528-536.
- Zaunmuller, L et al. (2009), “Rehabilitation of arithmetic fact retrieval via extensive practice: A combined fMRI and behavioural case-study”, *Neuropsychol Rehabil*, Vol. 19/3, pp. 422-443, <http://dx.doi.org/10.1080/09602010802296378>.
- Zebbian, S. (2005), “Linkages between number concepts, spatial thinking and directionality of writing: The SNARC effect and the reverse SNARC effect in English and Arabic monoliterates, biliterates and illiterate Arabic speakers”, *Journal of Cognition and Culture*, Vol. 5, pp. 1-2.
- Zorzi, M., M.G. Di Bono and W. Fias (2011), “Distinct representations of numerical and non-numerical order in the human intraparietal sulcus revealed by multivariate pattern recognition”, *NeuroImage*, Vol. 56/2, pp. 674-680, <http://dx.doi.org/10.1016/j.neuroimage.2010.06.035>.
- Zorzi, M., K. Priftis and C. Umiltà (2002), “Neglect disrupts the mental number line”, *Nature*, Vol. 417, pp. 138-139.